



# UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

## TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Propuesta docente con materiales estructurados y tecnológicos para la resolución de problemas de geometría.

Autor/es

SANDRA MERINO ESCOLAR

Director/es

JUAN MIGUEL RIBERA PUCHADES

Facultad

Facultad de Letras y de la Educación

Titulación

Grado en Educación Primaria

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2018-19



***Propuesta docente con materiales estructurados y tecnológicos para la resolución de problemas de geometría.***, de SANDRA MERINO ESCOLAR (publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

# TRABAJO FIN DE GRADO

Título

---

Autor

---

Tutor/es

---

Grado

---

## Facultad de Letras y de la Educación

Año académico



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

## **Resumen**

Con este Trabajo de Fin de Grado de Educación Primaria, pretendemos mostrar una propuesta de intervención educativa de la asignatura de Matemáticas, en el bloque de Geometría, para alumnos de 5º de Educación Primaria. Para ello, vamos a trabajar haciendo especial hincapié en la resolución de problemas. De este modo, además de asimilar nuevos conceptos geométricos, los alumnos aprenden a ponerlos en práctica en situaciones relacionadas con la vida real y a reflexionar sobre ellos, por lo que el proceso de aprendizaje se convierte en una tarea activa. El hecho de trabajar a partir de problemas, nos permite ver y valorar los procesos que lleva a cabo cada alumno hasta llegar al resultado, priorizando los procedimientos que ha seguido respecto al resultado obtenido.

Para conseguir los objetivos y competencias planteadas, hemos elegido una metodología que nos permite acercar los conceptos teóricos a través de experimentos y de la oportunidad de manipular objetos y materiales. Para ello, hemos clasificado diversos materiales en manipulativos y tecnológicos y los hemos introducido en las actividades propuestas. Por consiguiente, hemos analizado dichos materiales, partiendo de las ventajas y desventajas que cada tipo de material nos aporta.

Por último, cabe señalar que la evaluación la hemos dividido en tres partes; evaluación diagnóstica, evaluación formativa y evaluación final en la que hemos diseñado una *escape room*, mostrando otras formas lúdicas de evaluar al alumnado.

**Palabras clave:** Geometría, materiales manipulativos, materiales tecnológicos, impresión 3D y realidad aumentada.

## **Abstract**

With this Final Degree Project of Primary Education, we aim to show a proposal of educational intervention of the Mathematics subject, in the Geometry block, for students of 5<sup>th</sup> of Primary School. To do this, we will work with special emphasis on solving problems. In this way, in addition to the new geometric concepts, students will also learn to put into practice situations related to real life and reflect on them, so the learning process becomes an active task. The fact of working with problems, allows us to see and assess the processes that are carried out until the last moment, prioritizing the procedures that have followed regarding the result obtained.

To achieve the objectives and competences, we have chosen a methodology that allows us to approach theoretical concepts through experiments and the opportunity to manipulate objects and materials. To do this, we have classified some materials as manipulative and technological and we have introduced them in the proposed activities. Therefore, we have analyzed these materials, based on the advantages and disadvantages that each type of material gives us.

Finally, it should be noted that evaluation has been divided into three parts; diagnostic evaluation, formative evaluation and final evaluation in which we have designed an escape room, showing other playful ways of evaluating students.

**Key words:** Geometry, manipulative materials, technological materials, 3D printing and augmented reality.

## Índice

1. Introducción .....	1
2. Objetivos .....	3
3. Marco teórico .....	5
3.1. La resolución de problemas matemáticos. ....	5
3.1.1. Etapas en la resolución de un problema.....	6
3.2. La geometría en las diferentes etapas educativas. ....	7
3.2.1. Importancia de la geometría en la escuela. ....	7
3.3. El modelo Van Hiele: niveles de pensamiento.....	8
3.4. Diferentes recursos materiales para trabajar la geometría.....	10
3.4.1. Materiales estructurados manipulativos.....	10
3.4.2. Materiales tecnológicos. ....	11
4. Desarrollo.....	15
4.1. Justificación. ....	15
4.2. Objetivos.....	15
4.3. Contenidos.....	16
4.4. Criterios de evaluación.....	17
4.5. Estándares de aprendizaje evaluables. ....	17
4.6. Competencias Clave.....	19
4.7. Temporalización. ....	21
4.8. Metodología.....	22
4.9. Actividades organizadas por sesión. ....	24
4.10. Materiales y recursos.....	44
4.11. Atención a la diversidad .....	45
4.12. Transversalidad de los conocimientos con otras asignaturas. ....	46

4.13. Tratamiento transversal de la educación en valores.....	47
4.14. Evaluación. ....	48
5. Discusión .....	51
6. Conclusiones .....	55
7. Referencias bibliográficas.....	57
8. Anexos .....	65

## **1. Introducción**

En las etapas educativas obligatorias en España, la asignatura de Matemáticas es una de las de mayor peso curricular, por lo que se le dedica muchas horas. Son varios los bloques que aborda. Gracias a las investigaciones y a las búsquedas que hemos realizado a través de este trabajo, hemos podido comprobar que a la geometría no se le dedica tanto tiempo como a otros bloques. La principal causa de esto, puede ser la dificultad que entraña explicar y comprender conceptos y teoremas abstractos a través del lenguaje. Pero esto no debe suponer una barrera en la educación. Como docentes debemos buscar soluciones y alternativas que permitan que la idea que queremos transmitir a nuestros alumnos, cale en sus mentes. Para comprenderlas y aplicarlas a cualquier situación que se les presente y sean capaces de extrapolarlas a su vida cotidiana. Para ello, podemos partir de las premisas establecidas en el Modelo de Van Hiele, que explicaremos más adelante.

Dentro de las dificultades que presenta la didáctica de la geometría, destacamos varias. En primer lugar, como ya mencionó Piaget en su Teoría del desarrollo cognitivo, los alumnos a los que va dirigida esta propuesta educativa, se encuentran en el estadio de las operaciones concretas, por lo que aún les cuesta controlar aquellos conceptos más abstractos. Y es que la geometría, si se imparte desde un libro de texto de manera mecánica, puede suponer una tarea difícil y monótona, que los alumnos acaben aborreciendo. Nosotros, como maestros, tenemos que adaptar las actividades que llevemos al aula en las que estén inmersos esos conceptos, para que a ellos les resulte atractivo y curioso.

Además, para trabajar áreas y perímetros, no tenemos necesidad de memorizar las típicas fórmulas de cálculo de estas. Debemos enseñarles a razonar a través de problemas en los que siguiendo unas pautas, tengamos que calcular áreas y perímetros, pero no de forma explícita. Una vez que hayamos trabajado de esta forma, ya podemos introducir las fórmulas y explicarlas poniendo de ejemplo los problemas resueltos.

En cuanto a las metodologías, podemos comprobar cómo van evolucionando con el paso del tiempo, a medida que la sociedad avanza y precisa de nuevos métodos para educar a los alumnos. Es por esto, que en este trabajo hemos querido dar un paso e introducir en el aula una herramienta que en nuestra vida cotidiana nos acompaña. Esta



herramienta es la tecnología. Hoy en día, la mayoría de las personas adultas utiliza los soportes digitales para consultar información. Debemos educar a nuestros alumnos y enseñarles cómo funciona, de qué forma nos puede ayudar y los usos que nos aporta la tecnología. Esto les servirá a los alumnos en su futuro como herramienta diaria de consulta, de comunicación, etc.

Además, queremos comprobar el grado de efectividad tanto de los materiales estructurados, como de los materiales tecnológicos y comparar ambos recursos para decidir en una futura práctica docente qué materiales encajan mejor con nuestra propuesta.

Por otro lado, a través de este trabajo, también queremos que otros maestros descubran nuevos materiales para que los introduzcan en sus aulas. Teniendo en cuenta las ventajas y desventajas de cada uno, sirviéndoles de guía para adaptarlos a las necesidades de sus clases.

## **2. Objetivos**

En primer lugar, el objetivo general que se pretende alcanzar a través de este trabajo es analizar la diferencia entre materiales estructurados y tecnológicos para la resolución de problemas de geometría, a partir de una propuesta de actividades en las que está presente el uso de dichos materiales.

Por otro lado, también se quieren lograr, de manera más específica, los siguientes objetivos:

- Mostrar diferentes estrategias para la resolución de problemas de geometría.
- Estudiar los recursos estructurados para trabajar y comprender la geometría.
- Estudiar diferentes recursos tecnológicos para familiarizarnos con la geometría.
- Profundizar en la resolución de problemas de geometría.
- Identificar los diferentes niveles del método de Van Hiele en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en aprendices de Educación Primaria.
- Analizar las diferencias que se dan entre el paso de conceptos bidimensionales a tridimensionales en cuerpos geométricos.
- Analizar y aplicar las propuestas de Dan Meyer para la construcción de problemas de geometría.



### 3. Marco teórico

A lo largo de la historia de la educación, las clases de matemáticas han sufrido grandes cambios, desde clases magistrales, lecciones teóricas seguidas de un gran número de ejercicios, etc. Hoy en día, está comprobado que uno de los modelos más eficaces para el proceso de enseñanza-aprendizaje, es el aprendizaje basado en problemas, en el que los conceptos teóricos son aplicados para poder resolver una situación.

#### 3.1. La resolución de problemas matemáticos.

Empezaremos preguntándonos, ¿qué es un problema matemático? Para contestar a esta pregunta no existe una definición universalmente aceptada. La palabra “problema” proviene del griego *proballein*, significa arrojar hacia delante. Existen diferentes puntos de vista sobre este término en didáctica matemática. Estas son las más destacadas:

- Para Polya (1962), un problema es el camino, no inmediato, que hay que seguir, de manera consciente, hasta alcanzar el objetivo deseado.
- Carl (1989) matiza y añade, que para resolver un problema es necesario utilizar el conocimiento previo y aplicarlo a nuevas situaciones.
- Van de Walle (2001) cree que es cualquier situación en la que los alumnos no tienen un método directo que les lleve hasta la solución correcta.

Analizando las diversas definiciones que autores como; Schoenfeld (1985), Mason, Burton, Stacey (1988), Brandsford y Stein (1993) o Puig (1996) nos han aportado, podemos interpretar, que todos están de acuerdo en que se deben dar las siguientes condiciones para que una situación sea considerada como un problema:

- Aceptación de la situación por parte del sujeto para poder superarlo.
- Bloqueo al no conocer un método preconcebido que te lleve directamente a la solución.
- Aparición de nuevos métodos al unir las ideas previas para solucionar el problema.

Existen numerosos criterios de clasificación de problemas. Una manera eficaz de clasificarlos en la escuela, según Echenique (2006) es; problemas aritméticos, geométricos, de razonamiento lógico, de recuento sistemático, de razonamiento inductivo y de azar y probabilidad. Más adelante nos vamos a centrar en los problemas geométricos,

caracterizados porque el protagonismo pasa a los aspectos geométricos en vez del componente aritmético.

### **3.1.1. Etapas en la resolución de un problema.**

Al igual que la definición de problema, no hay una verdad absoluta sobre cuáles son las etapas en la resolución de problemas. A continuación se resumen diferentes aproximaciones para explicar las etapas en la resolución de problemas.

Para Polya (1992), la resolución de problemas matemáticos consta de cuatro etapas:

- *Comprender el problema.* Se extrae la información del problema, se fija el objetivo y los datos de los que parte.
- *Elaborar un plan.* Se utiliza la experiencia para hallar un método de resolución y se relaciona con problemas similares ya resueltos.
- *Ejecutar un plan.* Pone en práctica el plan de solución comprobando cada paso.
- *Reflexionar de forma retrospectiva.* Debe comprobar cada dato obtenido. Además, interioriza dicho método de resolución para utilizarlo en otros problemas similares.

Por otro lado, Schoenfeld (1985) propone cuatro fases, en las que es posible avanzar a la siguiente fase y retroceder a la anterior:

- *Analizar.* Simplificar el problema examinando los casos particulares.
- *Explorar.* Introducir elementos auxiliares, sustituir las condiciones, considerar otros razonamientos, etc.
- *Ejecutar.* Aplicar la estrategia seleccionada.
- *Comprobar.* Reflexionar sobre el resultado, ver si encaja perfectamente con las condiciones exigidas y con el objetivo que se persigue.

Según Fernández Bravo (1999) la resolución de problemas consta de diferentes fases:

- *Preparación* del problema.
- *Incubación* de las ideas preconcebidas.
- *Inspiración* sobre el camino que lleva a la solución.
- *Verificación* del proceso de resolución.

Actualmente, Dan Meyer (2010), establece una metodología, “Matemáticas en tres actos”, dividida en tres actos:

- Acto 1. Presenta el problema de manera atractiva, en la que no se dan datos, se trata de que los alumnos empiecen a pensar y formulen ellos las primeras preguntas.
- Acto 2. Una vez establecidas las preguntas, se pasa a buscar la solución. El profesor debe forzar al alumno a que busque datos, nunca debe ofrecérselos.
- Acto 3. Se comprueba, se reflexiona y se debate sobre el proceso de resolución.

### **3.2. La geometría en las diferentes etapas educativas.**

La educación de la geometría en las diferentes etapas se organiza de menor a mayor grado de dificultad, teniendo en cuenta las características del desarrollo del pensamiento en las que se encuentra el cerebro en esas edades, de manera general. En Educación Infantil que corresponde con el estadio preoperacional, el pensamiento del niño es egocéntrico, está presente el juego simbólico y el concepto de irreversibilidad. En esta etapa, se identifican formas planas y cuerpos geométricos básicos del entorno. En los primeros cursos de Educación Primaria, se encuentran en el final del estadio anterior, se le da más importancia al concepto de número y forma. Mientras que en los últimos cursos de esta etapa, adquiere mayor importancia el razonamiento, la reflexión y la relación de ideas preconcebidas para formar otras nuevas. Se encuentran en el estadio de operaciones concretas por lo que son capaces de hacer operaciones lógicas para resolver problemas. En la etapa de la ESO, se localizan en el estadio de operaciones formales, se pretende que el alumno sea capaz de usar el conocimiento adquirido en etapas anteriores, para que le ayuden a comprender teoremas, leyes, fórmulas, etc.

#### **3.2.1. Importancia de la geometría en la escuela.**

De acuerdo con la RAE, la geometría es una rama de las Matemáticas que estudia, en el espacio o en el plano, las medidas y las propiedades de una figura, partiendo de sus elementos; puntos, rectas, planos, ejes, polígonos, poliedros, etc.

¿Por qué es importante estudiar geometría? Para responder a esto, según Vargas y Gamboa (2011) debemos reflexionar sobre el origen de esta rama y sobre la necesidad que tiene el ser humano de interpretar y explicar el mundo a partir de las formas del entorno mediante la percepción de los sentidos.

Como ya hemos afirmado anteriormente, un buen método para trabajar la competencia matemática, es la resolución de problemas. Y es que son muchos los motivos por los que se deben realizar problemas de geometría en el aula, de acuerdo con Narváez (2001) estos los más importantes:

- La visualización del problema. El problema pasa de ser abstracto, a ser visual, se plasma en una imagen.
- Facilidad para compaginar el rigor y la intuición. En la *fase intuitiva* se conjetura sobre la solución y en la *fase demostrativa* se comprueba el resultado. En geometría debemos utilizarlas como un binomio, de manera que se complementen.
- Posibilidad de comenzar con casos sencillos. La mayoría de los problemas en geometría, pueden replantearse en formas más sencillas, que permiten obtener soluciones particulares que pueden extrapolarse y facilitar la resolución general.
- Relacionar propiedades. La visualización del problema facilita la búsqueda de la solución, por lo que favorece que relacionemos propiedades del resultado con los datos dados para comprobar la solución.

### **3.3. El modelo Van Hiele: niveles de pensamiento.**

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, según Crowley (1987) y Jaime (1993), fue creado por Pierre M. van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, profesores de Matemáticas en la Universidad de Utrecht.

Como afirma Vargas y Gamboa (2011), este modelo explica, en cinco niveles consecutivos, la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes, al aprender un nuevo concepto. Además, propone una serie de pautas para reorganizar el currículo educativo y establece cinco fases: información; orientación dirigida; explicación; orientación libre e integración, para garantizar el paso de un nivel a otro más complejo.

De acuerdo con Jaime y Gutiérrez (1994), Jaime (1993), Beltranetti, Esquivel y Ferrari (2005) y Fouz y De Donosti (2005), esta es la descripción de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele:

#### **Nivel 1: Visualización**

Reconoce las figuras geométricas de forma general, no diferencia partes ni propiedades de la figura. La compara con elementos que conoce a través de percepciones visuales.

### **Nivel 2: Análisis**

Reconoce las propiedades de las figuras, a través de la manipulación, pero no es capaz de relacionar unas propiedades con otras.

### **Nivel 3: Deducción informal**

Identifica las figuras por sus propiedades y reconoce que unas propiedades se derivan de otras. Las definiciones adquieren significado, ya que comprende las condiciones que deben cumplir las figuras geométricas. Su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación, por lo que sigue demostraciones pero no puede organizar una secuencia de razonamientos que justifique sus observaciones.

### **Nivel 4: Deducción formal**

Realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales. Comprende las relaciones entre propiedades y las formaliza en principios, ya entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas, lo que le aporta una visión global de las Matemáticas. Entiende que se puede obtener el mismo resultado, con diferentes procesos. Deduce una propiedad de otra pero no comprende el rigor en los razonamientos.

### **Nivel 5: Rigor**

Analiza el grado de rigor de varios axiomas o sistemas deductivos y los compara. Capta la geometría en forma abstracta y comprende sus principios. Es tal la complejidad de este nivel que según Alsina, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991), solo se desarrolla en universitarios, con una buena preparación en geometría.

De acuerdo con Braga (1991) y De la Torre (2003), la teoría de Piaget y el modelo de Van Hiele conciben el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia de planteamientos cada vez más abstractos y complejos. Sugieren que la efectividad del modelo Van Hiele es directamente proporcional al grado de implicación del estudiante, aun así, afirman que este modelo es el más efectivo, ya que comparándolo con la Teoría de Piaget, este último no explicó cómo provocar el paso de un nivel al siguiente, por lo que el aprendizaje se considera como un proceso madurativo.



### **3.4. Diferentes recursos materiales para trabajar la geometría.**

Podemos afirmar que la geometría es una rama a la que no se le dedica el tiempo necesario, y ese tiempo se emplea en realizar ejercicios con múltiples definiciones y formulas memorísticas. De acuerdo con Alsina (2004), en general, se suelen utilizar de forma mecánica materiales clásicos como por ejemplo la regla, el compás o el cartabón, cosa que resulta poco motivante para la mayoría del alumnado. Por ello es necesario introducir nuevos materiales en el aula, no solo para garantizar el aprendizaje, sino para favorecer su motivación, su atención y para añadir el componente lúdico, ya que aprender y divertirse pueden ser un binomio muy eficaz.

En primer lugar, vamos a definir material didáctico como elemento que facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje de algún contenido, materializando sus propiedades. El deber del docente es encontrar la relación que tiene un material didáctico determinado con el contenido que se pretende enseñar y que además, se ajuste a las necesidades de sus estudiantes. Esta tarea no es nada fácil debido a la gran cantidad de materiales que existen, por ello vamos a clasificarlos de la siguiente manera teniendo en cuenta dos aspectos:

- Según su origen, de acuerdo con Alsina, Burgués y Fortunity (1987):
  - Estructurados: son materiales ya existentes, elaborados a partir de una base pedagógica y científica que están destinados a unos fines pedagógicos concretos. Por ejemplo; bloques multibase, estuches de poliedros, el geoplano, etc.
  - No estructurados: son materiales que no están específicamente diseñados para esta labor. Por ejemplo; pinzas de la ropa, pajitas, plastilina, etc.
- Según su composición, de acuerdo con González (2010):
  - Manipulativos: aquellos que están sobre todo destinados a la percepción del sentido del tacto.
  - Tecnológicos: aquellos que se perciben a través del sentido de la vista desde un soporte digital como puede ser un ordenador, móvil, tablet, etc.

#### **3.4.1. Materiales estructurados manipulativos.**

De acuerdo con Lovell (1977), poder materializar las percepciones a través de los sentidos y entrar en contacto real con los objetos, favorece la adquisición de los conceptos más abstractos.

Teniendo en cuenta a García (2008) y Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín, y Molina (2011), vamos a clasificar los materiales manipulativos, según su naturaleza, en los siguientes:

- Tangibles: son aquellos materiales cuya percepción está directamente relacionada con el sentido del tacto, es decir, podemos obtener información del objeto manipulándolo con las manos. Por ejemplo: mecano, geoplano, cuerpos geométricos contruidos a partir de algún material determinado, etc.
- Gráficos: para percibir estos materiales tenemos que hacer uso del sentido de la vista, como por ejemplo; gráficos, imágenes, fotos o símbolos sobre papel.
- Escritos: estos materiales se perciben normalmente a través de la vista, o en caso de discapacidad visual, a través del tacto. Para que este material adquiera sentido, es necesario utilizar la lectura comprensiva y así poder construir conceptos. Por ejemplo; cualquier enunciado de un ejercicio, de un problema, etc.

### **3.4.2. Materiales tecnológicos.**

Hoy en día, la mayoría de la población posee diversos aparatos tecnológicos como televisores, teléfonos inteligentes, ordenadores, etc. Como aseguran García, Portillo, Romo y Benito (2007), los alumnos con los que nos podemos encontrar han nacido en la era digital, por lo que son usuarios tecnófilos, sienten atracción por la tecnología. Por ello, es necesario educarles para que hagan un buen uso de esta, y para ello, el maestro debe conocerla y saber utilizarla.

Actualmente, la mayoría de centros cuenta con diversos programas y actividades en las que se integra el uso de estos materiales a través de diversas herramientas como pueden ser; ordenadores, *tablets* o pizarras digitales, y es que son infinitas las ventajas que ofrece el uso de la tecnología pero sobre todo, cabe destacar la cantidad de información disponible sobre cualquier tema y su fácil accesibilidad.

También se les conoce como recursos TIC, es decir, tecnologías de la información y de la comunicación. Aunque son materiales muy recientes, existe ya una gran variedad. Galvis (2014) ha clasificado las TIC en 3 grandes grupos:

- Transmisivas: son aquellas encargadas de transmitir la información, en las que el alumno no toma decisiones ni interactúa, por lo que no depende de él lo que se proyecta en canal digital. Es decir, el alumno actúa como el receptor y la

tecnología como el emisor. Por ejemplo; videos tutoriales, videos de *YouTube*, bibliotecas digitales, imágenes, textos, sonidos, etc.

- Activas: aquellas que están relacionadas directamente con la interacción con el alumnado. Su proyección depende de las decisiones que el alumno tome. Es decir, se produce una comunicación entre el alumno y la tecnología, donde el papel de receptor y emisor varía constantemente. Por ejemplo; videojuegos, imágenes interactivas, webs para crear contenido, aplicaciones, blogs, traductores, correctores, herramientas de búsqueda, etc.
- Interactivas: aquellas que permiten la comunicación entre dos o más personas. Por ejemplo; juegos online con otras personas, aplicaciones de mensajería, video-llamadas, herramientas para transferir archivos, etc.

#### **3.4.2.1. Nuevos métodos tecnológicos.**

En los últimos años, han aparecido dos conceptos nuevos relacionados con la tecnología; realidad aumentada y realidad virtual. Aunque estos conceptos son relativamente nuevos, cada vez más centros educativos están apoyándose en ellas para complementar sus explicaciones en el aula.

- La Realidad Virtual, de acuerdo con Manetta y Blade (1995), es un entorno creado a través de la tecnología, que permite simular situaciones a través de la experiencia sensorial, en las que quedas inmerso completamente en ese mundo artificial, anulando por completo el sistema visual y auditivo con el mundo real. Para que la experiencia sensorial sea prácticamente total, se utilizan unas gafas de realidad virtual y unos auriculares. La última adaptación tecnológica de la que se sirve esta realidad virtual son las imágenes 360°, las cuales permiten ver todo lo que rodea a un punto en el espacio, mientras realizas un giro.
- La Realidad Aumentada, según Hanes Kaufmann (2004), es una herramienta que a diferencia de la anterior, permite ver el mundo real que te rodea, pero además añade información nueva, a través de diversas herramientas tecnológicas, que no podríamos obtener directamente a través de nuestros sentidos. Podemos afirmar que su función es completar nuestras experiencias con el mundo real. Para utilizarla, es preciso tener un aparato tecnológico con cámara donde se proyecte; móvil, ordenador, Tablet, etc. Y por otro lado, es necesario un “activador” que es

el elemento del mundo real sobre el que nos van a aportar información; imagen, código QR, libro, ficha, etc.

Gracias a ellos, podemos hacer que nuestros alumnos puedan ver en tres dimensiones diferentes cuerpos geométricos desde cualquier perspectiva, podemos ver los órganos de una persona para estudiar dónde se localizan y cómo son, nos ayuda a identificar figuras geométricas en objetos que nos rodean o incluso podemos hacer que viajen al espacio, sin necesidad de salir del aula.



## **4. Desarrollo**

A continuación, se detalla la propuesta educativa que hemos desarrollado, donde se utilizan los materiales estructurados y los tecnológicos como herramientas para la resolución de problemas de geometría. Se trata de una unidad didáctica titulada como: *De vértice en vértice*.

### **4.1. Justificación.**

Esta Unidad Didáctica se enmarca en el Bloque IV: geometría del Currículo de Educación Primaria, establecido por la Comunidad Autónoma de La Rioja y recogido en el *Decreto 24/2014* del 13 de junio. Está planteada para los alumnos de 5º E.P. del *C.E.I.P. Aurelio Prudencio* de Calahorra, La Rioja. Esta provincia se encuentra al norte de España, limita con Navarra, País Vasco y Catilla y León. Esta clase cuenta con 25 alumnos.

Durante los primeros cursos de la etapa de Educación Primaria adquieren más peso aquellas actividades relacionadas con la comprensión lectora y los conceptos de número y forma, sin embargo durante los últimos cursos coge más importancia el razonamiento matemático. Según las etapas establecidas por Jean Piaget sobre la madurez del niño, la mayoría de los alumnos de este curso se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, por ello les resulta difícil la acción de abstraer ideas. Por esto, surge la necesidad de crear una unidad didáctica de estas características, buscando la parte más manipulativa de la geometría para conseguir que nuestros alumnos sean capaces de comprender conceptos básicos y otros más abstractos a través de materiales manipulativos y tecnológicos.

Algunas de las cosas más complicadas de enseñar a estas edades sobre geometría, son las explicaciones de diferentes fórmulas como perímetros, áreas, volúmenes y teoremas, las figuras en un plano, en el espacio y el paso de las dos dimensiones a la tercera dimensión. Pero a medida que se investiga en educación y se crean nuevos materiales didácticos, es más sencilla esta tarea. Por ello, en esta unidad didáctica vamos a enseñar geometría de la forma más manipulativa posible, ya que al verlo no es necesario hacer tantas abstracciones.

### **4.2. Objetivos.**

Los objetivos considerados para esta unidad didáctica son:

- Comprender la diferencia entre una figura en un plano y una en el espacio.

- Clasificar triángulos a partir de diferentes criterios.
- Ser capaz de calcular áreas, perímetros y volúmenes de diferentes figuras.
- Comprender el sentido de la fórmula de área, de la de perímetro y de la de volumen.
- Clasificar prismas y paralelogramos a través del número de lados.
- Diferenciar entre círculo, circunferencia y esfera.
- Dibujar figuras planas.
- Dibujar figuras en perspectiva en el espacio.
- Identificar diferentes figuras de la vida cotidiana.

### 4.3. Contenidos.

Los contenidos curriculares considerados del BOR.24/2014 para esta unidad didáctica están incluidos en el bloque IV geometría, de la asignatura de Matemáticas y son los siguientes:

- La circunferencia y el círculo. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
- Perímetro y área.
- Regularidades y simetrías: Reconocimiento de regularidades y, en particular, de las simetrías de tipo axial y de tipo especular.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.
- La situación en el plano y en el espacio.
- Figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.

Los contenidos específicos creados para esta unidad didáctica son:

- Las rectas, intersección de rectas y rectas paralelas.
- Ángulos internos de figuras geométricas.
- Comprobación del Teorema de Pitágoras.
- La situación en el espacio, distancias, ángulos y giros de un cuerpo geométrico.
- Identificación de figuras y cuerpos geométricos en la vida cotidiana.
- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Los cuerpos geométricos: cubos, esferas, prismas, pirámides y cilindros. Aristas y caras.

- Construcción de figuras geométricas de cuerpos geométricos a partir de un desarrollo.
- Exploración de formas geométricas elementales.
- Comparación y clasificación de cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.

#### **4.4. Criterios de evaluación.**

Los criterios de evaluación considerados del BOR.24/2014 para esta unidad didáctica pertenecen al bloque IV de geometría de la asignatura de Matemáticas y son los siguientes:

1. Reconocer y describir formas y cuerpos geométricos del espacio (cubos, prismas, cilindros, esferas), a través de la manipulación y la observación, y realizar clasificaciones según diferentes criterios.
2. Reconocer y representar las posibles posiciones de rectas en el entorno: horizontales, verticales y oblicuas, paralelas y perpendiculares.
3. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, geometría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.
4. Conocer las figuras planas; cuadrado, rectángulo, romboide, triángulo, trapecio y rombo.
5. Comprender el método de calcular el área de un paralelogramo, triángulo, trapecio, y rombo. Calcular el área de figuras planas.
6. Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas.
7. Interpretar representaciones espaciales realizadas a partir de sistemas de referencia y de objetos o situaciones familiares.
8. Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, utilizando los conocimientos geométricos trabajados, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

#### **4.5. Estándares de aprendizaje evaluables.**

Los estándares de aprendizaje evaluables considerados del BOR.24/2014 para esta unidad didáctica pertenecen al bloque IV de geometría de la asignatura de Matemáticas y son los siguientes son:

- 1.1 Identifica figuras espaciales en formas y objetos de la vida cotidiana.



- 1.2 Describe cuerpos geométricos a partir de la manipulación y la observación de sus elementos característicos, utilizando un vocabulario geométrico apropiado.
- 1.3 Compara y clasifica figuras utilizando diversos criterios libremente elegidos.
- 1.4 Reconoce una figura espacial a partir de la manipulación y de una descripción verbal
- 1.5 Utiliza instrumentos de dibujo necesarias para la construcción y exploración de formas geométricas.
- 1.6 Resuelve problemas geométricos aplicando los conceptos y procedimientos trabajados.
- 2.1 Reconoce las posibles posiciones de rectas en el entorno: horizontales, verticales y oblicuas, paralelas y perpendiculares.
- 3.1 Localiza y representa puntos utilizando coordenadas cartesianas.
- 3.2 Describe posiciones y movimientos por medio de coordenadas, distancias, ángulos, giros...
- 3.3 Realiza escalas y gráficas sencillas, para hacer representaciones elementales en el espacio.
- 3.4 Identifica en situaciones muy sencillas la simetría de tipo axial y especular.
- 3.5 Traza una figura plana simétrica de otra respecto de un eje.
- 3.6 Realiza ampliaciones y reducciones.
- 4.1 Clasifica triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos, identificando las relaciones entre sus lados y entre ángulos.
- 4.2 Se inicia en el uso de herramientas tecnológicas para la construcción y exploración de formas geométricas
- 5.1 Calcula el área y el perímetro de: rectángulo, cuadrado, triángulo.
- 5.2 Aplica los conceptos de perímetro y superficie de figuras para la realización de cálculos sobre planos y espacios reales y para interpretar situaciones de la vida diaria (construir un objeto, embaldosar un suelo, pintar una habitación...).
- 6.1 Clasifica cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.

- 6.2 Identifica los elementos básicos de circunferencia y círculo: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular. Calcula, perímetro y área de la circunferencia y el círculo.
- 6.3 Utiliza la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.
- 7.1 Identifica y nombra polígonos atendiendo al número de lados.
- 7.2 Interpreta y describe situaciones, mensajes y hechos de la vida diaria utilizando el vocabulario geométrico adecuado: indica una dirección, explica un recorrido, se orienta en el espacio.
- 8.1 Resuelve problemas geométricos que impliquen dominio de los contenidos trabajados, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
- 8.2 Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas geométricos del entorno: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.
- 8.3 Utiliza la terminología propia de los contenidos geométricos trabajados, para comprender y emitir información y en la resolución de problemas.

#### **4.6. Competencias Clave.**

Las competencias clave del currículo de Educación Primaria BOR.24/2014 y que se trabajan en esta unidad didáctica son las siguientes:

- **CL (Competencia lingüística)**

A través de las actividades propuestas, se pretende aumentar el vocabulario científico relacionado con las matemáticas, en especial con la rama de la geometría, fomentando el uso de palabras propias de esta rama como por ejemplo; plano, espacio, recta paralela, perpendicular, polígono, poliedro, etc. Además, gracias a las exposiciones orales, explicaciones de sus procedimientos de resolución y pequeños debates que puedan surgir al solucionar un problema, trabajan diferentes estructuras del lenguaje, mejorando su fluidez verbal.

- **CMCT** (Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología)

El principal objetivo de estas actividades, es transmitir al alumno diversos conceptos relacionados con la geometría, previamente establecido por el currículo de Educación Primaria para La Comunidad Autónoma de La Rioja. Además de los contenidos geométricos que vamos, pretendemos inculcarles un método de resolución de problemas que sea básico y común, para que de manera general puedan aplicarlo a cualquier tipo de problema.

- **CD** (Competencia digital)

Hoy en día es vital esta competencia y la mayoría de alumnos la tiene bastante desarrollada. Por ello, queremos otorgarles nuevas herramientas tecnológicas que les sirvan de ayuda para el estudio de la geometría. Además, queremos introducirles en el nuevo mundo de la Realidad Aumentada a través de diversas propuestas

- **CSC** (Competencias sociales y cívicas)

A través del trabajo en equipo, además de que se ayuden unos a otros, también buscamos que surjan debates por tener diferentes puntos de vista sobre un aspecto. Para ello tendrán que argumentar su postura, escuchar a los demás y llegar a un acuerdo. Además, deberán respetar los turnos de palabra y respetar a todos los compañeros.

- **CAA** (Aprender a aprender)

Partiendo de los diversos problemas que les propondremos solucionar, pretendemos que ellos mismo se creen un método de resolución de problemas individualizado y propio de cada uno, que posteriormente puedan aplicar a los problemas que surjan de manera general.

- **CSIE** (Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor)

En las actividades dirigidas a la búsqueda de información para una exposición en clase, se pretende que el alumno desarrolle un espíritu crítico y se plantee toda información que se encuentre, contrastándolo con diversas fuentes, llegando una conclusión y desechando lo falso.

- **CCEC** (Conciencia y expresiones culturales)

Esta competencia la podemos relacionar muy bien con el tema de geometría, ya que esta se encuentra en todo nuestro entorno, todo lo que nos rodea es geometría. Ésta, la trabajamos en actividades de relacionar las figuras y cuerpos geométricos con elementos reales de la vida cotidiana.

Señalaremos en cada sesión las competencias que se trabajan.

#### 4.7. Temporalización.

Esta unidad didáctica, está planteada para desarrollarla durante el 2º trimestre, en concreto durante la segunda quincena del mes de marzo y la primera semana de abril. Adjunto ANEXO 1. Va dirigida al curso de 5º de Educación Primaria, por lo que las horas semanales de las que disponemos en matemáticas son 4, ya que es una asignatura troncal. Adjunto ANEXO 2.

De esta forma, cada hora se corresponde con una sesión; una los lunes, otra los martes, la siguiente los jueves y la última de la semana es el viernes. ANEXO 3. Además, cada sesión estará organizada en 3 partes; en la primera parte se verán las explicaciones y los contenidos de cada sesión. Para la segunda parte, habrá ejercicios para practicar esos contenidos, previamente explicados, con algún material determinado para cada actividad. Por último dedicaremos el final de la clase para resolver un problema relacionado con los contenidos y los materiales usados en dicha sesión.

Cuadro 4. *Temporalización de la Unidad Didáctica.*

PRESESIÓN	Actividad: Lo que ya sé	30 minutos
	Actividad: Plickers	30 minutos
SESIÓN 1 : Las rectas	Actividad: ¿Qué es una recta?	20 minutos
	Actividad: Las rectas	15 minutos
	Problemas de rectas	25 minutos
SESIÓN 2: Los triángulos	Actividad: ¿Qué es un triángulo?	10 minutos
	Actividad: Clasificación de triángulos	30 minutos
	Problema de triángulos	20 minutos
SESIÓN 3: Clasificación de triángulos	Actividad: Clasificación de triángulos	20 minutos
	Actividad: Teorema de Pitágoras	20 minutos
	Problema de clasificación de triángulos	20 minutos

SESIÓN 4: Los polígonos	Actividad: ¿Qué es un polígono?	15 minutos
	Actividad: Geoplano	20 minutos
	Problema de polígonos	25 minutos
SESIÓN 5: Explorando en el plano	Actividad: Construye	40 minutos
	Problema 2 de polígonos	20 minutos
SESIÓN 6: Círculo, circunferencia y esfera	Actividad: ¿Qué es qué?	15 minutos
	Actividad: Formulas visuales	20 minutos
	Problema círculos	25 minutos
SESIÓN 7: Geometría virtual	Actividad: Los rincones de las apps.	20 minutos
	Se trata de 3 actividades a partir de 3 apps.	20 minutos
		20 minutos
SESIÓN 8: Poliedros	Actividad: Más polígonos	15 minutos
	Actividad: Construyendo 2.0	35 minutos
	Problema de pirámides y cubos	20 minutos
SESIÓN 9: Otros poliedros	Actividad: Geometry-AR	30 minutos
	Actividad: Bingo	10 minutos
	Problemas de prismas y cilindros	20 minutos
SESIÓN 10: ¿Qué he aprendido?	Actividad: Adivina quién soy	30 minutos
	Actividad: Icogeo	30 minutos
SESIÓN 11: Resolución final	Actividad: Problemas geométricos	60 minutos
SESIÓN 12: Jugando con la geometría	Actividad: Responde o rebote	60 minutos

#### 4.8. Metodología.

Durante el desarrollo de las diferentes sesiones de esta Unidad Didáctica vamos a usar diferentes metodologías, pero todas ellas se van a basar en que el alumno sea el protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje a través de la manipulación y demostración de la geometría.

Con esta propuesta metodológica, queremos que nuestros alumnos logren el aprendizaje significativo, ya que los conocimientos que trabajamos ocurren en la realidad

más cercana al alumno y tiene la oportunidad de mantener un contacto directo con los mismos gracias a los diversos materiales utilizados o al contexto tan cercano de cada uno de los problemas geométricos que se les plantea, por lo que serán mucho más concretos los conceptos geométricos que aprendan, lo que facilitará su comprensión.

Las metodologías para el aprendizaje que vamos a trabajar van a ser las siguientes: En primer lugar, trabajamos el aprendizaje por descubrimiento a través de los juegos que hemos propuesto, de la manipulación de diferentes materiales y en la exploración de algunas aplicaciones de realidad virtual.

Por otra parte, también trabajamos el aprendizaje cooperativo ya que en muchas sesiones los alumnos trabajan en grupo, cada uno tiene un rol, todos dependen del trabajo de los demás integrantes del grupo y tienen un objetivo en común. Los defensores de esta corriente afirman que trabajar en grupo mejora la atención, la implicación y la adquisición de conocimientos por parte de los alumnos.

Aprendizaje por proyectos (ABP): permite a los alumnos desarrollar diversas competencias para la vida cotidiana como por ejemplo el pensamiento crítico, la comunicación, la colaboración o la resolución de problemas, además de adquirir el conocimiento que se está trabajando.

Aprendizaje globalizado: se trata de introducir una serie de contenidos relacionados con un tema común, en diferentes asignaturas, trabajando dichos contenidos desde la perspectiva del área a trabajar.

Aprendizaje clásico: los alumnos prestan atención a los conocimientos que les transmite el profesor a través de sus explicaciones, ejercicios, etc. Normalmente, los alumnos permanecen sentados en sus pupitres, mientras que el profesor está de pie por la clase, utilizando la pizarra o algún material que ilustre y enriquezca sus explicaciones.

Flipped Classroom: se trata de una nueva corriente pedagógica en la que la estructura de las clases clásicas, se intervienen, es decir, los alumnos estudian en casa y después se trabaja ese conocimiento en clase. El objetivo de esta es optimizar el tiempo en clase.

Gamificación: consiste e integrar diversas dinámicas propias del juego, en el aula para lograr la adquisición de unos contenidos o habilidades. Una de las principales ventajas es el alto grado de motivación que ocasiona en el alumno.

Aprendizaje basado en Problemas: supone un proceso formado por diferentes fases en las que el alumno comienza recogiendo datos y haciéndose preguntas que progresivamente aumentan en complejidad. Según los expertos de este método, son muchas las ventajas que ofrece; mejora las habilidades de resolución de problemas, alto grado de motivación, se puede transferir a cualquier situación y promueve el desarrollo del pensamiento crítico.

#### **4.9. Actividades organizadas por sesión.**

Para llevar a cabo esta Unidad Didáctica vamos a organizarla en 13 sesiones de 60 minutos cada una. El orden de las sesiones lo ha marcado la progresión de dificultad de los contenidos, comenzando por una sesión de evaluación inicial y finalizando con una sesión general de todos los contenidos trabajados en estas sesiones. De tal forma que la distribución será la siguiente:

##### **Pre-sesión: “Geometría”**

Antes de comenzar la Unidad Didáctica, vamos a dedicar una sesión para realizar una evaluación diagnóstica, es decir, que es lo que nuestros alumnos saben sobre este tema. Para ello organizaremos la sesión en 2 partes. Durante la primera media hora les pasaremos una ficha con diferentes preguntas, lo que corresponde a una prueba escrita (Actividad 1) y para la segunda media hora tendrán que resolver diferentes preguntas (Actividad 2), a través de la plataforma *Plickers* de manera individual, cada uno con su tarjeta, proyectando la pregunta y las diferentes respuestas en la pizarra digital.

Además les explicaremos la dinámica de cada día, ya que empezaremos explicando diferentes conceptos teóricos que después trabajarán a través de actividades prácticas y todos los días tendrán unos minutos para resolver un problema geométrico relacionado con lo que hayamos visto en clase ese día. Por lo que aprovecharemos para recordar los pasos que hay que seguir para resolver cualquier problema.

##### **Contenidos:**

- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Exploración de formas geométricas elementales.
- Comparación y clasificación de cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.
- Formas planas y espaciales: identificación de figuras espaciales en la vida cotidiana.

Objetivos:

- Reflexionar sobre los conocimientos que ya saben.
- Introducir el tema de geometría en este curso.
- Probar diferentes aplicaciones para hacer geometría.

Metodología: Gamificación, y aprendizaje basado en problemas.

Competencias: CL, CMCT, CD y CSC.

Secuenciación de las actividades:

Cuadro 5. *Pre-sesión, actividad 1.*

<b>Actividad 1: Lo que ya sé</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Los alumnos deberán responder una serie de preguntas, ejercicios y problemas sobre contenidos relacionados con la geometría, afines con el curso que ya han superado, 4º E.P.
Agrupamientos	Se llevará a acabo de manera individual.
Materiales y recursos	Las fichas preparadas con las diferentes preguntas sobre geometría.

Cuadro 6. *Pre-sesión, actividad 2.*

<b>Actividad 2: Plickers</b>	
Duración	30 minutos
Desarrollo	Responderán una serie de preguntas a través de la aplicación Plickers. Se proyectará la pregunta con las 4 posibles respuestas en la pizarra. Les dejaremos un minuto para pensar y cuando digamos “Arriba”, tendrán que levantar la tarjeta de la manera que la respuesta que ellos consideren que es la correcta esté en la parte superior de la figura. En este momento, con nuestro móvil iremos enfocando a todos los alumnos para registrar sus respuestas de manera automática a través de la aplicación.
Agrupamientos	De manera individual.



Materiales y recursos	Tarjetas personales para poder responder a las preguntas, el móvil, el proyector, la pizarra digital y el ordenador. ANEXO 4.
-----------------------	---

### **Sesión 1: “Las rectas”**

#### **Contenidos:**

- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Exploración de formas geométricas elementales.
- Las líneas como recorrido: rectas y curvas, intersección de rectas y rectas paralelas.
- Ángulos en distintas posiciones.

#### **Objetivos:**

- Comprender qué es una recta.
- Diferenciar y clasificar los tipos de rectas.
- Relacionar los tipos de rectas con formas reales de la vida cotidiana.

**Metodología:** aprendizaje basado en problemas y docencia magistral.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC y CCEC.

#### **Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 7. *Sesión 1, actividad 1.*

<b>Actividad 1: ¿Qué es una recta?</b>	
<b>Duración</b>	20 minutos
<b>Desarrollo</b>	Comenzaremos la sesión explicando a los alumnos qué es una recta y preguntándoles ejemplos de cosas que tengan rectas. Posteriormente les explicaremos que hay diferentes tipos de relaciones entre 2 rectas; paralelas, secantes y perpendiculares. Para ello les contaremos una historia y pondremos dos rectas, encima de cada una pondremos un muñeco. Les explicaremos que son 2 amigos, si las rectas son perpendiculares, los 2 amigos podrán encontrarse. Pero si por el contrario, son paralelas nunca se encontraran.

	Además les explicaremos que un truco para dibujar dos líneas paralelas o dos líneas perpendiculares, es usar la escuadra y el cartabón y lo mostraremos en la pizarra.
Agrupamientos	Lo llevaremos a cabo con todos los alumnos sentados en asamblea, enfrente de la pizarra.
Materiales y recursos	Pizarra, tiza, 2 palos de manera de unos 30 cm y 2 muñecos de pequeño tamaño. ANEXO 5.

Cuadro 8. Sesión 1, actividad 2.

<b>Actividad 2: Las rectas</b>	
Duración	15 minutos
Desarrollo	Les pondremos diferentes dibujos de 2 rectas y tendrán que identificar si son paralelas o perpendiculares. Después les pondremos diferentes imágenes de rectas aplicadas a la vida real y tendrán que identificarlas, por ejemplo; una carretera, franjas de diferentes banderas, teclas de un piano, puente, etc.
Agrupamientos	Con todos los alumnos sentados en asamblea, irán respondiendo de manera individual.
Materiales y recursos	Pizarra digital, proyector, ordenador e imágenes de rectas. ANEXO 6.

Cuadro 9. Sesión 1, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de rectas</b>	
Duración	25 minutos
Desarrollo	ANEXO 7.
Agrupamientos	De manera individual, cada uno sentado en su sitio.
Materiales y recursos	Ficha con las diferentes imágenes, lápiz, goma, una pintura roja y otra azul.

## **Sesión 2: “Los triángulos”**

### **Contenidos:**

- Triángulos: elementos, relaciones y clasificación.

- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- Perímetro y área del triángulo.

Objetivos:

- Definir qué es un triángulo y cuáles son sus características.
- Buscar información sobre las clasificaciones de triángulos.
- Entender cómo se calcula el área y el perímetro de un triángulo.

Metodología: aprendizaje clásico, aprendizaje basado en problemas y Flipped Classroom.

Competencias: CL, CMCT, CD, CSC, CAA y CSIE.

Secuenciación de las actividades:

Cuadro 10. Sesión 2, actividad 1.

<b>Actividad 1: ¿Qué es un triángulo?</b>	
Duración	10 minutos
Desarrollo	Primero definiremos y veremos las características que diferencian a un triángulo de otras figuras geométricas.
Agrupamientos	En asamblea.
Materiales y recursos	Pizarra, tiza, pizarra digital, proyector, ordenador y fichas de triángulos. ANEXO 8.

Cuadro 11. Sesión 2, actividad 2.

<b>Actividad 2: Las clasificaciones de triángulos.</b>	
Duración	30 minutos
Desarrollo	Los organizaremos en parejas y le asignaremos un tipo de triángulo dentro de las clasificaciones de estos. Cada pareja tendrá que buscar información sobre los dos tipos de clasificaciones de triángulos (según sus lados o sus ángulos) y tendrán que hacer mediante plastilina y pajitas el triángulo que les hayan asignado. Tendrán que empezar en clase y lo que no les dé tiempo lo acabarán en casa para el día siguiente.
Agrupamientos	Parejas
Materiales y recursos	Plastilina, pajitas y tablets.

Cuadro 12. Sesión 2, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de triángulos.</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	ANEXO 9
Agrupamientos	Se llevará a cabo de manera individual, cada uno en su sitio.
Materiales y recursos	Ficha del problema, Tablet, app Geoboard, lápiz y goma.

### **Sesión 3: “Clasificación de los triángulos”**

#### **Contenidos:**

- Triángulos: elementos, relaciones y clasificación.
- Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- Perímetro y área del triángulo.
- Iniciación al Teorema de Pitágoras.

#### **Objetivos:**

- Desarrollar el espíritu crítico en la búsqueda de información.
- Comprender los criterios de clasificación y los tipos de triángulos.
- Entender de manera visual, el Teorema de Pitágoras.
- Trabajar la expresión oral y el vocabulario matemático.

**Metodología:** Aprendizaje por descubrimiento, Flipped Classroom y aprendizaje basado en problemas.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC, CAA y CSIE.

#### **Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 13. Sesión 3, actividad 1.

<b>Actividad 1: Clasificación de triángulos</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Comenzaremos la sesión preguntándoles cuáles son los dos tipos de clasificaciones de triángulos y que nombre recibe cada uno. Posteriormente, cada pareja tendrá que exponer su triángulo y explicarnos cómo lo han hecho.

Agrupamientos	Parejas
Materiales y recursos	Plastilina, pajitas, ordenador y proyector.

Cuadro 14. Sesión 3, actividad 2.

<b>Actividad 2: Teorema de Pitágoras</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Les iniciaremos en el Teorema de Pitágoras a través de un experimento visual con agua. Sobre un círculo de tablerillo pondremos un triángulo rectángulo y en cada lado pondremos un recipiente cuadrado que coincida un lado con uno del triángulo y llenaremos de agua el cuadrado que corresponda a la hipotenusa. Haremos girar el círculo para que vean que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. ANEXO 10.
Agrupamientos	En asamblea, sentados enfrente de la pizarra.
Materiales y recursos	Tablerillo, triángulo rectángulo de madera, 3 cuadrados del tamaño de cada lado del triángulo y agua.

Cuadro 15. Sesión 3, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de clasificación de triángulos</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	ANEXO 11
Agrupamientos	De manera individual.
Materiales y recursos	Ficha del problema, cartón, tijeras, lápiz y goma.

### **Sesión 4: “Polígonos”**

#### **Contenidos:**

- Perímetro y área de algunos polígonos.
- Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- Clasificación de cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados. Clasificación de los paralelepípedos.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.

### Objetivos:

- Comprender la fórmula de perímetro y área de los polígonos.
- Identificar y denominar los polígonos según sus lados.
- Localizar las diferentes partes de un polígono; vértices, lados, ángulos, etc.
- Construir diferentes formas en el geoplano.

Metodología: aprendizaje cooperativo, aprendizaje manipulativo, aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje basado en problemas.

Competencias: CL, CMCT, CD, CSC y CAA.

### Secuenciación de las actividades:

Cuadro 16. Sesión 4, actividad 1.

<b>Actividad 1: ¿Qué es un polígono?</b>	
Duración	15 minutos
Desarrollo	Comenzaremos la sesión viendo diferentes figuras planas, definiendo sus partes comunes; vértices, lados, ángulos, etc. Después explicaremos los nombres de las principales figuras planas y la regla para nombrar al resto de figuras dependiendo el número de lados que tengan.
Agrupamientos	En asamblea.
Materiales y recursos	Maletín de las figuras planas, pizarra y tizas de colores. ANEXO 12.

Cuadro 17. Sesión 4, actividad 2.

<b>Actividad 2: Geoplano</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Organizaremos a los alumnos en parejas y a cada pareja le dejaremos un geoplano y gomas. En voz alta, el profesor dirá algunas figuras, los alumnos tendrán que representarla en el geoplano, calcular el perímetro y el área de su figura.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Tablero de Geoplano, gomas, cuaderno, lápiz y goma. ANEXO 13.

Cuadro 18. Sesión 4, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de figuras planas</b>	
Duración	25 minutos
Desarrollo	ANEXO 14
Agrupamientos	Por parejas aunque ambos tienen que rellenar la ficha del problema.
Materiales y recursos	Ficha del problema, lápiz, goma, tijeras y papel.

### **Sesión 5: “Explorando en el plano”**

#### **Contenidos:**

- Perímetro y área.
- La situación en el plano.
- Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- Sistema de coordenadas cartesianas. Descripción de posiciones y movimientos.

#### **Objetivos:**

- Trabajar las fórmulas para calcular el perímetro y el área de un polígono.
- Construir polígonos caseros a través de material manipulativo.
- Localizar las diferentes partes de los polígonos.

**Metodología:** aprendizaje manipulativo, aprendizaje por descubrimiento y basado en problemas.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC, CAA y CSIE.

#### **Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 19. *Sesión 5, actividad 1.*

<b>Actividad 1: Construye</b>	
Duración	40 minutos
Desarrollo	Organizaremos a los alumnos en grupos de 4 personas y les proporcionaremos una bola de plastilina y varias pajitas. Además les daremos una tarjeta en la que se indica el número de lados y vértices que debe tener la figura que tienen que construir, cuando lo hayan construido, tendrán que nombrar a la figura y deberán calcular la suma total de sus ángulos.

	Después, uno del grupo vendrá a por otra tarjeta. Cuando se acabe el tiempo, veremos qué figuras ha construido cada grupo.
Agrupamientos	Grupos de 4 personas.
Materiales y recursos	ANEXO 15.

Cuadro 20. Sesión 5, actividad 2.

<b>Actividad 2: Problema 2 polígonos</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	ANEXO 16.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Para realizar este problema le daremos a cada alumno una figura plana de madera.

### **Sesión 6: “Círculo, circunferencia y esfera”**

#### **Contenidos:**

- La circunferencia y el círculo. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
- Perímetro y área.
- Círculo y esfera: elementos, relaciones y clasificación.
- La situación en el plano y en el espacio.

#### **Objetivos:**

- Diferenciar círculo y circunferencia.
- Relacionar el círculo con el plano (2D) y la esfera con el espacio (3D).
- Trabajar y comprender las fórmulas de perímetro y área para estas 2 figuras.
- Distinguir los elementos del círculo y de la esfera.
- Aprender a utilizar la aplicación Geometry-AR.

**Metodología:** aprendizaje manipulativo y aprendizaje cooperativo.

**Competencias:** CL, CMCT y CD.

**Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 21. Sesión 6, actividad 1.



<b>Actividad 1: ¿Qué es qué?</b>	
Duración	15 minutos
Desarrollo	Aprovechando que tenemos una pizarra al lado de una pizarra digital vamos a poder explicar visualmente la diferencia. Además, explicaremos el paso de las dos dimensiones a las 3 dimensiones. Para ello dibujaremos un círculo y una circunferencia en la pizarra de tiza y proyectaremos una esfera en la pizarra digital a través de la app Geometry-AR. Veremos las características, las partes, el área y el perímetro de cada uno. Después les pediremos que nos digan ejemplos en la vida cotidiana del círculo, circunferencia y esfera.
Agrupamientos	De manera conjunta.
Materiales y recursos	Pizarra digital, proyector, app Geometry-AR y tizas.

Cuadro 22. Sesión 6, actividad 2.

<b>Actividad 2: Fórmulas visuales</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Explicaremos gracias a la aplicación Geomtry-AR, como es una esfera, una circunferencia y un círculo. Después explicaremos de manera visual las fórmulas de perímetro y área e cada uno. A continuación les daremos una serie de datos y tendrán que calcular diferentes áreas y perímetros.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Proyector, Tablet, Geometry-AR, cuaderno lápiz y goma.

Cuadro 23. Sesión 6, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de círculos.</b>	
Duración	25 minutos
Desarrollo	ANEXO 17.
Agrupamientos	Por parejas
Materiales y recursos	Ficha del problema, ordenador o Tablet con acceso a Geogebra, lápiz y goma.

## Sesión 7: “Geometría virtual”

### Contenidos:

- La circunferencia y el círculo. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular.
- Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados.
- La situación en el plano y en el espacio.
- La situación en el espacio, distancias, ángulos y giros: descripción de posiciones y movimientos en un contexto topográfico.
- Formas planas y espaciales: identificación de figuras espaciales en la vida cotidiana.

### Objetivos:

- Conocer diferentes aplicaciones de realidad aumentada en geometría.
- Utilizar las aplicaciones para resolver problemas.
- Iniciarles en el conocimiento de poliedros.
- Comprender el paso de 2D a 3D.
- Identificar diferentes figuras.
- Ver las partes de cada figura geométrica.

Metodología: Aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en problemas y Flipped Classroom.

Competencias: CL, CMCT, CD, CSC, CAA y CSIE.

### Secuenciación de las actividades:

Empezaremos la sesión viendo, explicando y probando diferentes aplicaciones sobre geometría, principalmente nos centraremos en aquellas que ofrecen una experiencia de realidad aumentada. Estas aplicaciones serán; *Geometry - Augmented Reality*, *ARGeo (Augmented Reality Geometry)* y *Geometry CleverBooks*. Para ello organizaremos la clase en 6 rincones y en cada uno de ellos se trabajará una de las aplicaciones, a través de una Tablet. Cada aplicación estará en 2 rincones, de esta manera conseguiremos que los grupos de trabajo sean más reducidos, por lo que la implicación y el nivel de participación de cada alumno es mayor. Además, los alumnos estarán organizados en 6 grupos, por lo que en cada rincón habrá un grupo trabajando. Para cambiar de rincón, los alumnos se dirigirán a otro rincón que no hayan trabajado todavía y allí encontrarán una Tablet con

la aplicación correspondiente ya instalada y una hoja con las instrucciones y el problema o reto que deben superar.

Cuadro 24. Sesión 7, actividad 1.

<b>Actividad 1: “Geometry – Augmented Reality”</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	A través de las tarjetas, los alumnos tienen que crear las diferentes figuras que les pedimos que construyan. Cuando lo hayan conseguido, tendrán que hacer una captura de pantalla.
Agrupamientos	Grupos de 4 personas.
Materiales y recursos	Tablet, aplicación <i>Geometry-Augmented Reality</i> instalada, las tarjetas de la actividad y la ficha de instrucciones de la actividad. ANEXO 18.

Cuadro 25. Sesión 7, actividad 2.

<b>Actividad 2: “ARGeo”</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	En la ficha de instrucciones de la actividad, aparece el reto a conseguir. A partir de una serie de pistas, los alumnos deberán averiguar de qué poliedro se trata, cuando lo consigan, deberán hacer una captura a dicho poliedro.
Agrupamientos	Grupos de 4 personas.
Materiales y recursos	Tablet, aplicación <i>ARGeo</i> instalada, las tarjetas de la actividad y la ficha de instrucciones de la actividad ANEXO 19.

Cuadro 26. Sesión 7, actividad 3.

<b>Actividad 3: “Geometry CleverBooks”</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	Los alumnos han de superar el reto que se les propone en esta actividad y que se recoge en la ficha de instrucciones de la actividad. Además, tendrán que contestar a una serie de preguntas a partir de lo que ven en la pantalla. Al finalizar deberá hacer una captura de pantalla.
Agrupamientos	Grupos de 4 personas.

Materiales y recursos	Tablet, aplicación <i>Geometry Clever Books</i> instalada, las tarjetas de la actividad y la ficha de instrucciones de la actividad. ANEXO 20.
-----------------------	--

### **Sesión 8: “Poliedros: Pirámides y cubos”**

#### **Contenidos:**

- La situación en el plano y en el espacio.
- Sistema de coordenadas cartesianas. Descripción de posiciones y movimientos.
- La representación elemental del espacio.

#### **Objetivos:**

- Comprender el paso del plano al espacio.
- Manipular y construir figuras en 3D.
- Identificar las partes comunes de los poliedros.
- Denominar las figuras atendiendo a los criterios de nº de lados y tipo de base.
- Entender el desarrollo de los prismas.

**Metodología:** aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en problemas y aprendizaje manipulativo.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC, CAA y CSIE.

#### **Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 27. Sesión 8, actividad 1.

<b>Actividad 1: Más polígonos</b>	
Duración	15 minutos
Desarrollo	Comenzaremos repasando los conceptos de plano, espacio, 2D y 3D y veremos el desarrollo de cada cuerpo. Además explicaremos las partes comunes de los prismas; aristas, vértices, base, caras, etc. Para ilustrar la explicación, proyectaremos en la pizarra digital diferentes figuras a través de la realidad virtual, gracias a la aplicación Geometry-AR.
Agrupamientos	De manera grupal.
Materiales y recursos	Pizarra digital, proyector, Tablet y la app Geometry-AR.

Cuadro 28. Sesión 8, actividad 2.

<b>Actividad 2: Construyendo 2.0</b>	
Duración	35 minutos
Desarrollo	El funcionamiento de esta actividad será el mismo que el de la actividad “Construye” pero con la diferencia de que en esta forman cuerpos geométricos en 3D, por ello, cada grupo podrá aprovechar las figuras que ya habían formado.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Tarjetas actividad “Construye 2.0”, plastilina y pajitas.

Cuadro 29. Sesión 8, actividad 3.

<b>Actividad 3: Problema de pirámides y cubos</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	ANEXO 21.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Para ayudarles en la resolución del problemas les vamos a entregar un folio como el que se encontró Rubén, es decir, con el desarrollo de un prisma heptagonal.

### **Sesión 9: “Otros poliedros: prismas y cilindros”**

#### **Contenidos:**

- La situación en el plano y en el espacio.
- Sistema de coordenadas cartesianas. Descripción de posiciones y movimientos.
- La representación elemental del espacio.

#### **Objetivos:**

- Explorar las figuras en el espacio a través de la app.
- Discriminar los cuerpos según el número de lados y la base.

**Metodología:** gamificación, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje manipulativo.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC y CAA.

### Secuenciación de las actividades:

Cuadro 30. *Sesión 9, actividad 1.*

<b>Actividad 1: Geometry-AR</b>	
Duración	30 minutos
Desarrollo	Pondremos a los alumnos por parejas y a cada pareja le daremos una tarjeta y una Tablet con la aplicación <i>Geometry-AR</i> . Los alumnos podrán explorar los diferentes cuerpos geométricos mientras ven sus características y contestan a diferentes preguntas.
Agrupamientos	Por parejas.
Materiales y recursos	Tablets con la aplicación <i>Geometry-AR</i> instalada y las diferentes tarjetas de los prismas. ANEXO 22.

Cuadro 31. *Sesión 9, actividad 2.*

<b>Actividad 2: Bingo</b>	
Duración	10 minutos
Desarrollo	Jugaremos a un bingo personalizado, en vez de usar números, utilizaremos diferentes figuras o cuerpos geométricos. Cada alumno tendrá un cartón donde aparecen 20 figuras geométricas. Nosotros tendremos en una bolsa de tela figuras y cuerpos geométricos que iremos sacando y diciendo su nombre, a la vez los alumnos deberán poner una ficha encima de la figura que haya salido en su cartón. El que hace línea tiene un pequeño premio y el que canta bingo se llevará un premio.
Agrupamientos	De manera individual, cada uno en su sitio.
Materiales y recursos	Cartones con dibujos de figuras geométricas, bolsa de tela, fichas con las figuras dibujadas y lápiz para tachar. ANEXO 8.

Cuadro 32. *Sesión 9, actividad 3.*

<b>Actividad 3: Problema de prismas y cilindros</b>	
Duración	20 minutos
Desarrollo	ANEXO 23.
Agrupamientos	Por parejas.

Materiales y recursos	Ficha del problema, lápiz y goma.
-----------------------	-----------------------------------

### **Sesión 10: “¿Qué he aprendido?”**

#### **Contenidos:**

- Regularidades y simetrías: Reconocimiento de regularidades y, en particular, de las simetrías de tipo axial y de tipo especular.
- Formas planas y espaciales: identificación de figuras espaciales en la vida cotidiana.

#### **Objetivos:**

- Comprender la simetría.
- Discriminar figuras simétricas y no simétricas.
- Diferenciar los diferentes cuerpos según sus características.

**Metodología:** gamificación y aprendizaje cooperativo.

**Competencias:** CL, CMCT, CD, CSC, CAA, CSIE y CCEC.

#### **Secuenciación de las actividades:**

Cuadro 33. *Sesión 10, actividad 1.*

<b>Actividad 1: Adivina quién soy</b>	
Duración	30 minutos
Desarrollo	Este consiste en que cada alumno elige un cuerpo pero no dice cuál. Por turnos tendrán que ir dando pistas a los demás compañeros para que ellos adivinen de cuál se trata. El primero que lo adivine ganará un punto. Gana el juego el alumno que más puntos consiga.
Agrupamientos	De manera individual, cada uno sentado en su sitio excepto el que está describiendo su figura, que está de pie enfrente de la clase.
Materiales y recursos	Figuras del juego y la pizarra para anotar la puntuación. ANEXO 24.

Cuadro 34. *Sesión 10, actividad 2.*

<b>Actividad 2: Icógeo</b>	
Duración	30 minutos
Desarrollo	<p>Antes de este vamos explicar el significado de simetría y posteriormente les enseñaremos figuras simétricas y no simétricas para ilustrar la explicación. Después organizaremos a la clase en 4 equipos, el equipo cuadrado, el equipo triángulo, el equipo círculo y el equipo rectángulo. De esta forma se enfrentará el equipo triángulo contra el cuadrado y el equipo rectángulo contra el equipo círculo. Les proporcionaremos un dado en ambos enfrentamientos, pero no un dado numérico sino un dado icosaedro con una figura plana en cada cara. Cada vez lanza el dado un equipo, si la figura que se muestra en la cara superior es simétrica, deberán contestar a una pregunta formulada por el equipo contrario, pero si la figura no es simétrica deberán hacer al equipo contrario una pregunta sobre lo visto en anteriores clases de geometría. Cada vez que aciertan una pregunta obtienen un punto, gana el que más puntos consiga.</p>
Agrupamientos	Los organizaremos en 4 equipos: el equipo cuadrado, el equipo triángulo, el equipo círculo y el equipo rectángulo.
Materiales y recursos	Dos dados icosaedros con figuras en cada cara y pizarra y tiza para anotar las puntuaciones.

### **Sesión 11: “Resolución de problemas”**

#### **Contenidos:**

- Comparación y clasificación de cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.
- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.

#### **Objetivos:**

- Reflexionar sobre el proceso de comprobación.
- Solucionar los fallos cometidos.

**Metodología:** aprendizaje basado en problemas, aprendizaje cooperativo.



Competencias: CL, CMCT, CD, CSC y CSIE.

Secuenciación de las actividades:

Cuadro 35. *Sesión 11, actividad 1.*

<b>Actividad 1: “Problemas geométricos”</b>	
Duración	60 minutos
Desarrollo	Dedicaremos la clase a corregir los problemas de geometría que les habíamos planteado a nuestros alumnos. Para ello empezaremos en orden cronológico de ejecución. Además, en cada problema, iremos pidiendo diferentes voluntarios para que expliquen; cómo lo han resuelto, a que conclusión han llegado y el material o la aplicación que han utilizado para resolverlo. Los voluntarios no pueden repetir si no han participado todos los alumnos.
Agrupamientos	Cada uno en su sitio, se resolverán los problemas de manera conjunta, a través de los turnos de palabra e intervención.
Materiales y recursos	Fichas de problemas, tablet con acceso a las apps utilizadas, tizas y material entregado por los alumnos.

### **Sesión 12: “Jugando con geometría”**

Contenidos:

- Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.
- Comparación y clasificación de cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.
- Formas planas y espaciales: figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- La situación en el espacio, distancias, ángulos y giros: descripción de posiciones y movimientos en un contexto topográfico.

Objetivos:

- Comprobar si el aprendizaje ha sido significativo.

Metodología: gamificación y aprendizaje cooperativo.

Competencias: CL y CMCT, CD y CSC.

### Secuenciación de las actividades:

Cuadro 36. Sesión 12, actividad 1.

<b>Actividad 1: “Responde o rebote”</b>	
Duración	60 minutos
Desarrollo	A través de la plataforma <i>Flipquiz</i> vamos a llevar a cabo un concurso. Proyectaremos en la pizarra digital el juego. Para elegir la pregunta, el primer equipo tendrá que seleccionar una categoría y la puntuación que quiere obtener, pincharemos en dicho recuadro y se proyectará una pregunta. Tendrán 1 minuto para pensar y contestar, si la respuesta es errónea, habrá rebote para el siguiente equipo, hasta que algún equipo responda correctamente o demos una vuelta completa y ninguno haya sabido responderla. Cuando responde correctamente, pincharemos en el recuadro de <i>Respuesta</i> para comprobarlo. Iremos anotando la puntuación de cada equipo en la pizarra.
Agrupamientos	Organizaremos a los alumnos en 7 grupos, con el mismo número de alumnos en cada uno.
Materiales y recursos	Juego previamente creado en la plataforma Flipquiz, proyector, pizarra digital, ordenador y tiza y pizarra para anotar la puntuación. ANEXO 25.

### **Sesión Final: “En busca de las Tablas de Ramsés”**

#### Contenidos:

En esta sesión se incluyen todos los contenidos visto en la Unidad Didáctica.

#### Objetivos:

- Aplicar los conocimientos adquiridos para solucionar las situaciones.
- Encontrar las Tablas del Faraón Ramsés.

Metodología: gamificación y aprendizaje cooperativo.

Competencias: CL, CMCT, CD y CSC.

### Secuenciación de las actividades:

Cuadro 37. Sesión final, actividad 1.

<b>Actividad 1: “Escape room: En busca de las Tablas de Ramsés”</b>	
Duración	60 minutos
Desarrollo	<p>Asignaremos a cada grupo un aula preparada con el material y un color para diferenciarlos del resto, cada miembro tendrá una tarjeta identificativa del color de su grupo, con su nombre, foto y una letra que servirá para resolver un enigma. En cada aula, habrá un profesor cuyo único papel es observar. En todas las aulas, habrá las mismas pruebas. Los alumnos tendrán que conseguir salir del aula, resolviendo los diferentes acertijos, encontrando llaves y combinaciones que les permitan salir de allí y encontrar las Tablas de Ramsés. En principio, se les plantea de forma competitiva contra los otros grupos, pero ellos no saben que al salir del aula, tendrá que cooperar para poder acceder al laboratorio y así encontrar las Tablas de Ramsés. Para motivarles, al principio, en cada aula se proyectará un breve video en el que Ramsés les pide ayuda para encontrar las tablas y se les proporcionarán elementos para que se caractericen y se metan en el papel. ANEXO 26.</p>
Agrupamientos	Organizaremos a los alumnos en 5 grupos, con el mismo número de alumnos en cada uno.
Materiales y recursos	Tarjetas identificativas, piezas 3D, pizarra digital, pizarra de tiza, armario, mochila de explorador con una pieza 3D, linterna, plástico en cable en la linterna para obtener luz ultravioleta, rotuladores de fósforo, máquina para fichar, todas las piezas diseñadas en 3D.

#### 4.10. Materiales y recursos

Los recursos humanos que vamos a ver en esta Unidad Didáctica van a ser el profesorado, personal de mantenimiento ya que una de las partes importantes es el soporte informático, el ordenador, las tablets y el proyector. Además esta Unidad Didáctica está dirigida para la clase de 5º E.P. del C.E.I.P. Aurelio Prudencio.

Dentro de los recursos materiales que vamos a utilizar, vamos a hacer una clara distinción: los recursos manipulativos estructurados y los tecnológicos.

Recursos manipulativos estructurados: maletín de cuerpos geométricos, diferentes figuras geométricas de colores de madera, experimento del Teorema de Pitágoras, tarjetas de la actividad Construyendo y Construyendo 2.0, las tarjetas para poder utilizar las aplicaciones, tarjeta para la aplicación Geometry-AR), las tarjetas de respuestas individuales de *Plickers*, regla, escuadra, cartabón, plastilina, pajitas, tijeras, regletas de madera y dos muñequitos. Los alumnos pueden manipular cualquier parte de estos, lo que hace que no tengan que hacer tantas abstracciones, por lo que el aprendizaje será más sencillo.

Recursos tecnológicos: ordenador para proyectar diferentes imágenes, pizarra digital, proyector, tablets para cada pareja de alumnos con accesibilidad a la aplicación *Geometry-AR*, *CleverBooks*, *ARGeo*, *AR-Geometry*, *QR Code Reader*, *Geometry*, accesibilidad a internet y a *Flipquiz*, a *Tinkercard*, a *Plickers* y accesibilidad a diferentes páginas web para reforzar el aprendizaje de alumnos que vaya atrasados con respecto a la mayoría de la clase y para aquellos alumnos que vayan muy avanzados y puedan ampliar su conocimiento.

#### **4.11. Atención a la diversidad**

Teniendo en cuenta que en una misma clase los ritmos de aprendizaje de los alumnos son muy diferentes y esto condiciona mucho cada sesión, vamos a tener una serie de actividades preparadas para reforzar los conocimientos de aquellos alumnos con alguna dificultad y otras para los que acaben pronto y puedan ampliar su conocimiento.

Además, para los alumnos con discapacidad auditiva haremos muchos más gestos a la hora de las explicaciones, escribiremos las ideas claves en la pizarra y entenderán la geometría sin ningún tipo de problemas ya que las actividades son de carácter manipulativo y las demostraciones son visuales.

Para los alumnos con discapacidad motriz, tendremos en cuenta diferentes pautas. Para aquellos alumnos que tengan problemas de motricidad gruesa en las extremidades inferiores, adaptaremos su sitio para que pueda trabajar cómodamente y lo haremos lo más accesible posible, añadiendo la posibilidad de que el alumno vaya en silla de ruedas, por lo que tendremos en cuenta las medidas de la clase, de la puerta, de su pupitre, etc. Por otro lado, para los alumnos que puedan presentar una discapacidad de motricidad

gruesa en las extremidades superiores, adaptaremos las actividades para que puedan realizarlas. Si la discapacidad afecta a la motricidad fina de las manos, lo trabajaremos para mejorarlo, y si de esta manera no hubiera mejoría, se adaptaría las actividades para que las completen y las desarrollen.

Otro aspecto a tener en cuenta es la posible presencia de alumnos TDAH en el aula, para los que tenemos que establecer unas posibles adaptaciones, en principio no significativas. De manera general, estaremos más pendientes de él, de si entiende todo. Además, en las actividades por parejas lo podremos con compañeros con los que trabaje adecuadamente y tenga confianza. También, si fuera necesario, le daríamos los conceptos de forma más estructurada, para favorecer su aprendizaje.

Por último es importante resaltar que los alumnos que no puedan asistir a alguna de las sesiones establecidas, se les hará llegar a casa las actividades trabajadas en clase, además de material audiovisual que les ayude a comprender lo trabajado. Si no es posible esto, cuando se reincorpore el alumno a las clases, se le prestará especial atención y se le explicarán todos los contenidos para que los trabaje.

#### **4.12. Transversalidad de los conocimientos con otras asignaturas.**

Durante la duración de la Unidad Didáctica, las horas correspondientes a Educación Plástica y Visual se destinarán a actividades que estén relacionadas con los poliedros y la geometría, como por ejemplo se llevarán a cabo experimentos que demuestren el Teorema de Pitágoras. Además, dedicaremos algunas clases a construir material de geometría a partir de material reciclado, con elementos que tengamos por casa y que ya no tengan utilidad allí. Y plantearemos una Unidad Didáctica de Educación Plástica y visual en la que los alumnos van a trabajar a través de la plataforma *Tinkercard*, diseñarán diferentes cuerpos geométricos y posteriormente los imprimirán en impresoras 3D. Para ello los agruparemos por parejas. La primera sesión se dedicará a explicar cómo funciona dicha plataforma y les pediremos que formen figuras básicas como cubos, esferas, cilindros, etc. La segunda y tercera sesión, les entregaremos a cada pareja una ficha con las medidas que tiene que tener su figura y la vista de esta desde todos los planos. Los alumnos tendrán que guiarse por dicha ficha hasta que consigan tener una pieza idéntica a la que aparece en el papel. Si algún alumno acaba antes que el resto, le pediríamos que construya una pieza de forma libre para estimular su creatividad. Una vez que todos lo hayan conseguido, dedicaremos la siguiente sesión ir a la Universidad de La Rioja para ver cómo

funcionan dichas máquinas y para imprimir nuestras figuras. Esas figuras, las utilizaremos posteriormente en algunas actividades como por ejemplo en la escape room, tanto los puzzles de las pirámides como las piezas del cubo mágico, estarán diseñadas y construidas por ellos. En el ANEXO 27 adjunto dichas piezas y el proceso de elaboración que he seguido para construirlas. En primer lugar han sido diseñadas a través del programa *Solidworks* ya que es de los más completos para estas tareas. Y una vez que ya tenía las piezas, las volví a diseñar con la plataforma *Tinkercard*, ya que es el programa que utilizarían nuestros alumnos, porque es más fácil de manejar y es una buena opción para introducirlos en el diseño e impresión de figuras 3D.

Además en la asignatura de Educación Física se llevarán a cabo diferentes juegos en los que sea necesaria la espacialidad y tengan que cooperar para formar con sus cuerpos, diferentes figuras geométricas. Por ello, lo relacionaremos con la parte correspondiente con acrosport.

Por último, en el área de Ciencias Sociales, estudiaremos las construcciones que llevaban a cabo las antiguas civilizaciones, así como los monumentos más relevantes. Además, pondremos especial énfasis en las pirámides y en el antiguo Egipto.

#### **4.13. Tratamiento transversal de la educación en valores.**

Mientras enseñamos geometría también vamos a trabajar diferentes valores. En primer lugar, como ya he mencionado anteriormente, aprovechando la asignatura de Educación Plástica y Visual vamos a introducir el problema de la contaminación, explicando la regla de las tres “R” (reutilizar, reciclar y reducir) y haciendo especial hincapié en reutilizar aquellos materiales que tenemos en casa que los vamos a tirar, para construir cuerpos geométricos.

Por otro lado, uno de los más importantes es el respeto por los compañeros, ya que al trabajar en grupo van a surgir diferentes ideas, por los que unos tendrán que ceder y respetar todo tipo de ideas a través de la argumentación. También es importante inculcarles el respeto por los materiales ya que tienen que servir para muchos alumnos, por los que hay que cuidarlos.

Otro de los valores claves es la tolerancia de ideas, actitudes, pensamientos, etc. Tenemos que estar abiertos a escuchar cualquier tipo de idea ya que nos puede ser de gran ayuda en la elaboración de aprendizaje.

La empatía es una de las grandes palabras que suenan hoy en día en nuestra sociedad. Es imprescindible poder ponerse en el lugar de los demás para entender sus ideas, sus acciones, etc.

Además, trataremos de resolver problemas de conducta y conflictos entre compañeros que puedan surgir en clase a través de la justicia y la figura del intermediario.

Por último otro de los grandes valores que forman a una persona es la responsabilidad. Es muy importante dejarles a los más pequeños que cojan algunas responsabilidades para que adquieran conciencia de que tienen que velar por esas ideas.

#### **4.14. Evaluación.**

Esta evaluación será continua, personalizada, cualitativa (ir poco a poco buscando objetivos) y cuantitativa (calificaciones numéricas). Por lo tanto, será progresiva y reflexiva, ya que les tenemos que valorar su progreso, pero aún más su esfuerzo. Ellos mismos marcarán su progreso; así son conscientes de su propio aprendizaje.

Para poder evaluar a los alumnos vamos a llevar a cabo diferentes actuaciones. Por un lado vamos a realizar una evaluación diagnóstica a través de un cuestionario para tener en cuenta de qué conocimientos vamos a partir, porque como afirma Fernández Bravo (2017) “Hay que enseñar desde el cerebro del que aprende”. Por otro lado tendremos en cuenta una evaluación que seguirá el aprendizaje de cada alumno a través de la observación guiándonos con unas rúbricas. Además evaluaremos la resolución de cada problema, haciendo especial hincapié en el proceso y menos en el resultado. Utilizaremos el juego para evaluarles a través de la aplicación Flipquiz, donde hemos diseñado una serie de preguntas de geometría planteadas para este grupo. Por último, hemos creado una sesión final de evaluación, en la que pretendemos dejar a un lado los típicos exámenes e introducir en el aula un nuevo formato de examen: escape room. En esta actividad pretendemos que reflexionen y relacionen todos los conceptos adquiridos para resolver los diferentes problemas y enigmas que les planteamos, a la vez que se divierten y emplean esos conocimientos en alguna tarea práctica, para solucionar diferentes situaciones.

A continuación se muestran de manera resumida la evaluación de algunas actividades:

- Flipquiz → La nota obtenida en esta actividad supone un 10% de la nota final de la UD. Para obtenerla vamos a tener en cuenta los puntos obtenidos en la actividad, la participación y el respeto de turnos.
- Problemas de cada sesión → Supone un 30% de la nota final de la UD. Para evaluarla vamos a tener en cuenta la siguiente rúbrica que hemos elaborado. ANEXO 28.
- Actividades → Estas corresponde a un 30% de la nota final. De ese 30%, un 5% corresponde con la realización de las actividades, un 15% con el proceso y la comprensión de los conceptos, un 5% con la participación y el interés y un 5% con el resultado.
- Escape room → Será un 20% de la nota de la UD. Para evaluarla vamos a rellenar la rúbrica que hemos elaborado. ANEXO 29.
- Actitud, respeto a los compañeros y respeto a los materiales → Supone un 10% de la nota final.

Por otro lado también vamos a evaluar nuestra puesta en práctica y la efectividad de la Unidad Didáctica, para ello reflexionaremos sobre la idoneidad de los contenidos, objetivos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje, competencias clave, temporalidad y actividades. Todo esto lo llevaremos a cabo a través de la observación en clase del proceso de enseñanza-aprendizaje y de los resultados obtenidos, recogiendo dichos datos en la siguiente rúbrica.

Para ello tenemos 3 columnas, la de la izquierda representa el aspecto que vamos a evaluar, la siguiente la calificación que le otorgamos, siendo 1 la más baja y 10 la mejor puntuación. Por último, en la columna de la derecha anotaremos una breve valoración, reflexionando sobre la calificación de ese apartado.

Una completada la tabla, utilizaremos dichos datos para reflexionar sobre nuestro trabajo, el grupo clase y futuras prácticas docentes.

Cuadro 42. Rúbrica de evaluación de la Unidad Didáctica.

<b>Aspecto a evaluar</b>	<b>Calificación (1-10)</b>	<b>Observaciones</b>
<b>Idoneidad de los objetivos</b>		



<b>Adecuación de los contenidos</b>		
<b>Secuenciación de las actividades</b>		
<b>Temporalización</b>		
<b>Metodología empleada</b>		
<b>Motivación</b>		
<b>Agrupamientos de los alumnos</b>		
<b>Materiales empleados</b>		
<b>Criterios de evaluación empleados.</b>		

Por último vamos a evaluar los materiales utilizados durante la Unidad Didáctica. Para ello vamos a tener en cuenta dos evaluaciones; la evaluación del alumnado y la del profesorado. Para la primera vamos a entablar una comunicación con los alumnos al final de cada sesión, en la que haremos que reflexionen sobre los materiales que han utilizado. Para la evaluación del profesorado vamos a completar la siguiente rúbrica: ANEXO 30.

## 5. Discusión

La geometría, como ya hemos mencionado, es una rama de las Matemáticas que se imparte en la escuela, pero a la que no se le dedica el tiempo suficiente, ya sea por la importancia que se le otorga a la parte aritmética o por la complejidad y el grado de abstracción de sus conceptos. Por ello, hemos decidido introducir los materiales en el aula de geometría, ya que ayudan a materializar los conceptos, lo que facilita su estudio. Para ello hemos utilizado dos tipos de materiales: manipulativos y tecnológicos, y es que son muchas las ventajas que nos ofrecen. A continuación vamos a analizar y comparar ambos tipos de materiales para estudiar a fondo los beneficios que nos ofrecen pero también los problemas y desventajas con los que nos podemos encontrar a la hora de introducirlos en el aula.

Las principales ventajas que nos ofrece el material manipulativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje son:

- Favorece la comprensión de los conceptos abstractos a través de la manipulación.
- Otorga facilidad para comprobar el resultado en el material real.
- Permite recrear actividades y situaciones en los que se materializan los conceptos más abstractos y teoremas.
- Permite relacionar los conceptos abstractos con objetos cotidianos.
- Alto componente para motivar a los alumnos ya que se aleja de las clases en las que los protagonistas son el lápiz y el cuaderno lleno de conceptos y fórmulas.
- Se pueden utilizar en cualquier nivel, adaptando las actividades.

Por consiguiente, los materiales tecnológicos también nos aportan multitud de ventajas, a continuación se resumen las más relevantes:

- Alto grado de motivación, ya que el soporte en el que se presenta suele ser muy atractivo para ellos.
- Gran cantidad de información y de fácil acceso visual.
- Favorece el trabajo cooperativo.
- Estimula la creatividad y la imaginación de los alumnos y del profesor.
- Favorece la comunicación interpersonal (con compañeros o con profesores) a través de diferentes canales.
- Se actualizan automáticamente y permiten personalizar y ajustar los contenidos a nuestro alumnado.

- Algunas actividades corrigen los errores de manera inmediata, lo que favorece la retroalimentación.
- Sobre todo, fomenta el desarrollo de la autonomía y la curiosidad de los alumnos.
- Promueve el desarrollo del pensamiento crítico al tener que contrastar la información.

Aunque la introducción de estos materiales en el aula nos aporta muchas ventajas a la hora de trabajar la geometría, tenemos que ser conscientes de los problemas con los que nos podemos encontrar y de las desventajas de ambos tipos de recursos.

Por un lado, las desventajas que tenemos que tener en cuenta de los materiales manipulativos son las siguientes:

- Subjetividad: Dependen directamente de la percepción y de la capacidad de estimación de cada uno.
- Economía: Equipar el aula con este tipo de material supone un desembolso importante de dinero.
- Distribución: Las características físicas que tienen la mayoría de las aulas no favorecen los agrupamientos ni el uso de materiales de grandes dimensiones.
- Temporalidad: El tiempo establecido para cada asignatura suele ser muy reducido.
- Ratio: el excesivo número de alumnos por clase.
- Ruido: Los trabajos en grupo en los que tienen que intercambiar impresiones, suele aumentar el ruido en la clase.
- Presión curricular: llevar a cabo la programación prevista y las prisas que esta genera por trabajar todos los contenidos planteados, no favorece el uso de materiales.
- Depende directamente del compromiso tanto del maestro como de los alumnos.

Por otro lado, las desventajas que tenemos que tener en cuenta del uso de materiales tecnológicos son:

- Puede provocar distracciones.
- La gran cantidad de contenido a la que se puede acceder no está limitada, por lo que pueden llegar hasta un contenido no adecuado para ellos o erróneo.
- El hecho de tener que contrastar la información en diferentes fuentes puede suponer una gran cantidad de tiempo.

- El uso excesivo de estas herramientas puede ser adictivo, bloqueando el desarrollo de la comunicación, del proceso de socialización, etc.
- Al ser herramientas mecánicas, cuando corrigen una actividad, solo tienen en cuenta el resultado y no el proceso.
- Depende directamente del suministro de la luz, por lo que si hay un apagón, no podríamos utilizarlos.

Después de analizar las ventajas y las desventajas de ambos tipos de recursos, tenemos que tener en cuenta qué objetivos y qué competencias queremos alcanzar, las actividades que queramos proponer en el aula, partiendo de las necesidades de cada uno de nuestros alumnos. Una vez que hayamos establecido estos, tendremos que plantearnos con qué recursos contamos y cuales podríamos conseguir.

Una buena elección sería el uso de ambos tipos de materiales en nuestras actividades de esta manera conseguiremos como afectan las ventajas y desventajas de cada material en cada alumno, la eficacia de cada material seleccionando relacionándolo con un concepto, el incremento de motivación de nuestros alumnos, ya que si solo utilizamos un material podría resultarles monótono. Y por último el incremento de ventajas al unir ambos materiales.

Cabe destacar que un nuevo método para trabajar la geometría en el aula, además de utilizar diferentes recursos como ya he mencionado, podría ser el uso de las impresoras 3D. Para ello, a partir de unas pautas, los alumnos tendrán que diseñar las piezas a través de diferentes plataformas digitales como por ejemplo *Tinkercard*. A continuación, se imprimirán en dichas impresoras y por consiguiente, llevaremos al aula dichas piezas para trabajar con ellas. Gracias a esto, podemos explicar el paso entre figuras bidimensionales a tridimensionales. De este modo trabajamos los dos tipos de recursos, con las ventajas mencionadas que conllevan y además permite materializar y comprobar sus progresos y resultados. ANEXO 31.



## **6. Conclusiones**

En primer lugar, hemos abordado la geometría relacionándola con la resolución de problemas por varios motivos. Todos hemos sido testigos alguna vez en una clase de Matemáticas, de que algún alumno le pregunta al profesor sobre la utilidad de lo que estudian. Tendríamos que explicarles las utilidades de lo que van a estudiar para que sean conscientes y se responsabilicen. Por ello, nuestra labor como docentes es crear un problema relacionado con la vida cotidiana para que sean conscientes de que en la escuela no se trabaja por trabajar, sino que se piensa a largo plazo, en adquirir conocimientos y métodos útiles, necesarios para nuestro futuro. Además este problema tiene que resultar atractivo para ellos, como afirma Dan Meyer (2010), para aumentar su grado de motivación, que sientan curiosidad y ganas de saber más, y desarrollen su espíritu emprendedor y consigan avanzar según el modelo de Van Hiele. Además, hemos decidido que la unidad didáctica gire en torno a problemas y no a ejercicios porque no queremos que mecanicen los procesos, ya que no deseamos enseñarles a resolver ejercicios como maquinas, sino que lo que pretendemos es enseñarles a pensar, ya que en su vida, se van a encontrar con multitud de problemas que tendrán que resolver diariamente, y no con ejercicios. Por ello, queremos que aprendan a resolver estos problemas siguiendo las cuatro fases propuestas por Polya (1992), mencionadas anteriormente, ya que esto les servirá como patrón para abordar toda clase de problemas que se les presenten, tanto a nivel educativo, como personal, como laboral.

Después de plantear las diversas actividades, teniendo en cuenta en cada una de ellas, el uso de un nuevo material, las conclusiones a las que he llegado son las siguientes. Por un lado, los materiales estructurados nos permiten materializar los conceptos a través de la manipulación táctil, por lo que al experimentar en primera persona, las propiedades y partes de cada figura geométrica, nuestra mente lo comprende y almacena ese recuerdo para utilizarlo en un futuro en ejercicios abstractos. Por otro lado, los recursos tecnológicos, aunque no nos permiten tocarlo, podemos ver una figura geométrica desde cualquier punto del espacio que nosotros elijamos, a través de la realidad aumentada. Además, con la realidad virtual, podemos introducir a nuestros alumnos en cualquier entorno que elijamos, por muy remoto y difícil que parezca.

Por ello, mi conclusión final al realizar este trabajo, después de comparar ambos tipos de materiales es que el aula de Educación Primaria necesita el uso de ambos materiales en todas las asignaturas. Al utilizar ambos recursos de forma simultánea, estaremos

trabajando los beneficios perceptivo-táctiles que nos aportan el material estructurado y la visualización de ideas, conceptos o cosas reales a las que no podemos acceder sin el uso de la tecnología.

Gracias a este trabajo, he podido descubrir nuevos materiales y la forma de introducirlos en un aula de Educación Primaria que me serán útiles para mi labor como docente. A medida que pasa el tiempo y la sociedad evoluciona, aparecen nuevas necesidades, otras costumbres, diferentes formas de vida y nuevos descubrimientos. Nosotros como docentes, debemos estar atentos de cualquier avance, conocerlo, dominarlo e introducirlo en el aula para que los alumnos adquieran esos nuevos conceptos y avancen al mismo tiempo que lo hace la sociedad. Esto ocurre ahora mismo con la tecnología. Por ello, hemos decidido introducir y trabajar a fondo diversos materiales tecnológicos.

Cabe señalar, que para mí, uno de los grandes descubrimientos al llevar a cabo este trabajo ha sido la impresión 3D. Creo que actividades de este tema, son muy enriquecedoras para los alumnos porque tienen que pensar de manera abstracta, imaginándose qué quieren elaborar. A continuación tiene que usar nuevas tecnologías para poner en práctica sus conocimientos y diseñar lo que se habían planteado. Y por último, con la impresión 3D, van a materializar los dos procesos anteriores e incluso pueden emplear ese elemento que ellos han construido, como una herramienta que les genere más contenido y que les facilite alguna tarea, como la resolución de problemas.

## 7. Referencias bibliográficas

- Abrantes, P., Barba, C., Batlle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García Jimenez, J. E., García Madurga, J. A., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T. y Torra, M. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas*. Barcelona: Laboratorio Educativo.
- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos; para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M<sup>a</sup>. (2012). *Materiales para construirla geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Burgués, C., y Fortunity, J.M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Fortuny, J. y Pérez, R. (1997). *¿Por qué geometría? Propuestas didácticas para ESO*. Madrid, España: Síntesis.
- Armas, A. G. (2009). *Los materiales didácticos en el aula. Revista digital para profesionales de la enseñanza*, 7.
- Asencio, A. (17 de Abril de 2017). *Youtube*. Obtenido de Los cuerpos geométricos: <https://www.youtube.com/watch?v=lqv0dYnKTxA>
- Autodesk. (2010). *Tinkercard*. Recuperado de <https://www.tinkercad.com/>
- Beltrametti, M., Esquivel, M. y Ferrarri, E. (2006). *Evolución de los niveles de pensamiento geométrico de estudiantes de profesorado en Matemática*. Recuperado de <http://revistacyt.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt2006/09-Educacion/2006-D-016.pdf>
- Bermudez, M. (2017). *Geometría – Realidad Aumentada*. (Versión 1.0.4) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ZombieStudio.GeometryAR&hl=es>
- Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. *Signos Teoría y Práctica de la Educación* 4, 52-57. Recuperado de [http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo\\_id=562](http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=562)



- Brandsford, J. D., y Stein, B. S. (1993). *Solución ideal de problemas: Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- C. Alsina, C. B. (2012). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis.
- Carl, I. (1989). *The Carl Rogers reader*. Boston: Houghton Mifflin.
- Carmona, V. y Dias, C. (2013). *Una propuesta de material didáctico (juego de mesa) que favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de la contaminación atmosférica y sus efectos en la salud humana*. Santiago de Cali: Universidad del valle.
- Crowley, M. (1987). *El Modelo de Van Hiele*. Recuperado de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.456.5025&rep=rep1&type=pdf>
- Dan Meyer. (2010). *Matemáticas en tres actos*. Recuperado de [https://www.ted.com/talks/dan\\_meyer\\_math\\_curriculum\\_makeover?language=es](https://www.ted.com/talks/dan_meyer_math_curriculum_makeover?language=es)
- Dassault Systemes SolidWorks Corporation. (2002). *SolidWorks*. Recuperado de <https://www.solidworks.com/es>
- De la Torre, E. (2003). Didáctica de la geometría y demostración de propiedades. Universidad de Valencia. Recuperado de <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/DeLaTorre03.pdf>
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas. Resolución de problemas*. Pamplona: Gobierno de Navarra.
- Esser, S. (28 de Marzo de 2016). *Mundo de Rukkia*. Obtenido de <http://www.mundoderukkia.com/2016/03/bingo-colores-formas-elmer.html>
- Explore\_Better\_Future. (2018). ARGeo. (Versión 1.0) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.exploreFuture.ARGEO&hl=es>
- Fernández Bravo, J. A., y Barbarán Sánchez, J. J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Madrid: La Muralla.
- Fernandez Bravo, J. A. (2014). *La resolución de problemas matemáticos*. Barcelona: Grupo Mayeutica Conpa.

- Fernandez Bravo, J. A. (9 de Septiembre de 2011). *Vimeo*. Obtenido de geometría plana: <https://vimeo.com/34950900>
- Fernández Bravo, J.A. (1999). *Efectos de la invención-reconstrucción de situaciones problemáticas, en el rendimiento de los alumnos, del segundo ciclo de Educación Primaria*. Dialnet. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2043996.pdf>
- Fernández. Bravo, J. A. (2014). *La resolución de problemas matemáticos* . Barcelona: Grupo Mayeutica Conpa.
- FlipQuiz. (2018). *FlipQuiz TM*. Recuperado de <https://flipquiz.com/login/>
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Universidad de Granada. Recuperado de [http://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/21964/libro\\_MATREC\\_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/21964/libro_MATREC_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría*. Recuperado de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Galvis, A. (2004). *Oportunidades educativas de las TIC*. Recuperado de <https://es.slideshare.net/anamariaarevalopez/articles-73523-archivo>
- García, F., Portillo, J., Romo, J., y Benito, M. (2007). *Nativos digitales y modelos de aprendizaje*. Universidad del País Vasco. Recuperado de <http://ftp.informatik.rwth-aachen.de/Publications/CEUR-WS/Vol-318/Garcia.pdf>
- García, O. (16 de diciembre de 2008) . SlideShare. *Clasificación de materiales didácticos*. Recuperado de <https://es.slideshare.net/oliviagt/clasificacin-de-materiales-didcticos-presentation>
- Gobierno de La Rioja. (13 de Junio de 2014). *Currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autonoma de La Rioja*. Obtenido de BOR: [https://ias1.larioja.org/boletin/Bor\\_BoletinvisorServlet?referencia=1641947-1-PDF-480396-X](https://ias1.larioja.org/boletin/Bor_BoletinvisorServlet?referencia=1641947-1-PDF-480396-X)

- Gobierno de La Rioja. (19 de Abril de 2018). *Calendario Escolar Curso 2018/2019*.  
Obtenido de BOR: <https://www.larioja.org/edu-orden-academica/es/calendario-escolar/calendario-escolar-comunidad-autonoma-rioja.ficheros/1056736-Calendario%20escolar%202018-2019.pdf>
- Gobierno de La Rioja. (25 de Agosto de 2014). *Distribución horaria*. Obtenido de BOR: [https://www.larioja.org/edu-orden-academica/es/educacion-primaria/instrucciones-implantacion-lomce-educacion-primaria.ficheros/835020-849216\\_Anexo\\_I\\_Distribucion\\_horaria.pdf](https://www.larioja.org/edu-orden-academica/es/educacion-primaria/instrucciones-implantacion-lomce-educacion-primaria.ficheros/835020-849216_Anexo_I_Distribucion_horaria.pdf)
- Gómara, I. (2014). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria*. Obtenido de Universidad de La Rioja: <http://investigadoresur.unirioja.es/investigadoresur/?q=node/38&var=2104&cod=2>
- Gomez, O. (8 de Noviembre de 2015). *Demostración del teorema de pitagoras con agua*. Obtenido de Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=02voQNFpP9A>
- González Marí, J.L. (2010). *Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas para Infantil, Primaria y ESO*. Málaga: Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Málaga.
- Green Apple Studio. (2018). *Lector de Códigos QR*. (Versión 1.8.40) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.apple.qrcode.reader&hl=es>
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. *Educación Matemática*, 49-65.
- Hanes Kaufmann, M. (2004). *Geometry education with Augmented Reality*. (Tesis de doctorado). Universidad de Viena. Recuperado de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.72.1770&rep=rep1&type=pdf>
- International Geogebra Institute. (2019). *Graficador GeoGebra 3D*. (Versión 5.0.511.0) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android.g3d&hl=es>
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. Evaluación de nivel de razonamiento*.

- (Tesis Doctoral). Obtenido de Universitat de València:  
<https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1994). *A model of test desing to assess the Van Hiele levels*. Proceedings of the International Conference for the Psychology of Mathematics Education. 41-48. Lisboa, Portugal. Recuperado de  
[https://www.researchgate.net/publication/237561733\\_A\\_model\\_of\\_test\\_design\\_to\\_assess\\_the\\_Van\\_Hiele\\_levels](https://www.researchgate.net/publication/237561733_A_model_of_test_design_to_assess_the_Van_Hiele_levels)
- Junta de Andalucía. (2018). *Andalucía es digital*. Obtenido de  
<https://www.blog.andaluciaesdigital.es/que-es-flipped-classroom-herramientas/>
- Kilpatrick, J., Gómez, P., y Rico, L. (1995). *Educación matemática*. México, D.F: Iberoamérica.
- Klara. (27 de Mayo de 2015). *Creciendo con Montessori*. Obtenido de Nuestra experiencia educativa en casa:  
<http://www.creciendoconmontessori.com/2015/05/rectas-paralelas-y-secantes-con-e.html>
- Koppers, L. (2017). *Classroom Screen*. Obtenido de <https://classroomscreen.com/>
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, (BOE, N° 295, del martes 10 de diciembre de 2013).
- Lovell, K. (1977). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.
- Lunarillos, M., y Lunarillos, E. (20 de MARZO de 2017). *Mumuchu*. Obtenido de Aprendiendo Geometría con plastilina y palillos :  
<https://www.mumuchu.com/blog/figuras-geometricas-plastilina-palillos-imprimible/>
- Magic Shoftware. (2017). *Geometry – Augmented Reality*. (Versión 5.0) Descargado de  
<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.magicsw.geometryar&hl=es>
- Manetta, C. y Blade, R. (1995). Glossary of virtual reality terminology. *International Journal of Virtual Reality*, (1), 35-39.

- Markov, O. (2018). *AR Geometry*. (Versión 1.0) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.OlegMarkov.ARGeometry&hl=es>
- Mason, J., Burton, L., y Stacey, K. (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Mec Labor.
- Melliz, S. (9 de Octubre de 2015). *Pensamiento Divergente*. Obtenido de Aprender a Aprender: <http://serendipeandoagusto.blogspot.com/2015/10/como-hemos-evolucionado-con-las.html>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (1 de Marzo de 2014). *BOE*. Obtenido de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2014/BOE-A-2014-2222-consolidado.pdf>
- Narváez, L. (2001). *Geometría en la resolución de problemas*. Universidad de Sevilla. Recuperado de <http://euclides.us.es/da/investiga/geomresolpro.pdf>
- PEGI. (2018). *CleverBooks Geometry*. (Versión 1.4) Descargado de <https://play.google.com/store/apps/details?id=ru.skyinnovations.cbgeometry&hl=es>
- Piaget, J. (1980). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel.
- Plickers. (2018). *Plickers*. Recuperado de <https://get.plickers.com/>
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery on understanding, learning and teaching problem solving*. New York: John Wiley.
- Prada, L. M. (28 de Mayo de 2012). *JUGANDO Y APRENDIENDO*. Obtenido de RECURSOS PARA 6º DE PRIMARIA: <https://luisamariaarias.wordpress.com/category/0-3-matematicas/13-figuras-planas/6-circunferencia-y-circulo/>
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- R.A.E. (2014). Diccionario de la lengua española. Madrid: *Real Academia Española*. Recuperado de <https://dle.rae.es/?w=lechee>
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el Currículum básico de la Educación Primaria. (BOE, N° 52, sábado 1 de marzo de 2014).
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

- Valdemoros, M.A., Flores, C., Fernández, J., Pérez, A. y Ruíz, P. (2018). *El Trabajo Fin de Grado. Guía práctica para estudiantes y tutores*. Logroño: Universidad de La Rioja.
- Van de Walle, J.A. (2001). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally*. New York. Adison Wesley Longman.
- Van Hiele, P.M. (1957). El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Universidad Real de Utrecht. (Tesis Doctoral). Recuperado de <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>
- Vargas, G. y Gamboa, R. (2011). *El Modelo Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. UNICIENCIA. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/download/articulo/4945319.pdf>
- Velsco, E. (20 de Julio de 2012). *Uso de material estructurado como herramienta didáctica para el aprendizaje de las matemáticas*. Obtenido de Universidad de Valladolid: <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/1491/TFG-B.114.pdf;jsessionid=7B1F0E0F165C153518A005A94C2FD16F?sequence=1>



## 8. Anexos

ANEXO 1: *Calendario escolar C.E.I.P. Aurelio Prudencio 2018/2019.*

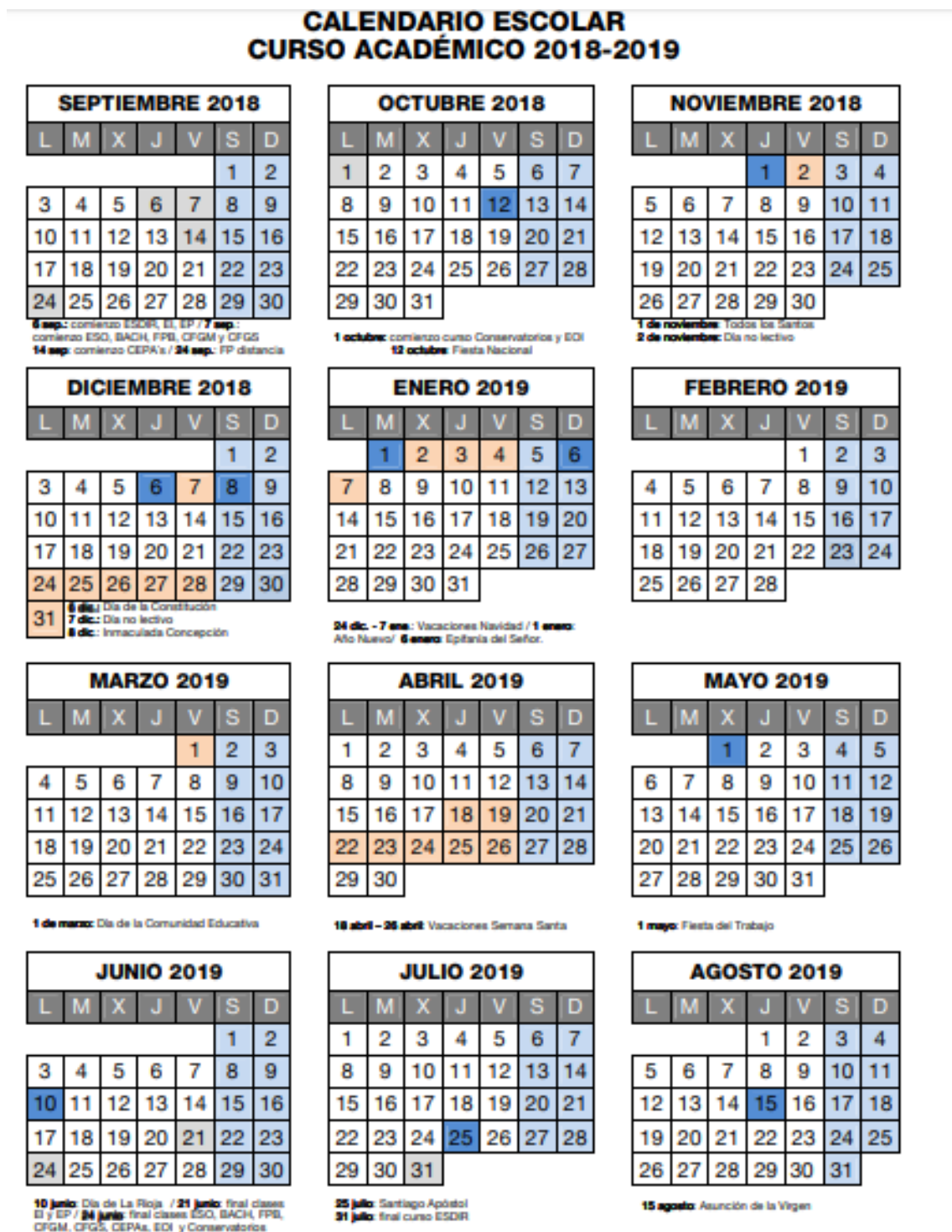


Figura 1: *Calendario escolar 2018/2019.*



ANEXO 2: *Calendario de la Unidad Didáctica.*

Cuadro 1: *Calendario de la Unidad Didáctica.*

MARZO 2019						
L	M	X	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15 Presesión	16	17
18 Sesión 1: “Las rectas”.	19 Sesión 2: “Los triángulos”	20	21 Sesión 3: “Clasificación de triángulos”	22 Sesión 4: “Los polígonos”.	23	24
25 Sesión 5: “Explorando el mapa”	26 Sesión 6: “Círculo, circunferencia y esfera”.	27	28 Sesión 7: “Geometría virtual”	29 Sesión 8: “Poliedros”.	30	31

ABRIL 2019						
L	M	X	J	V	S	D
1 Sesión 9: “Otros poliedros”	2 Sesión 10: “¿Qué he aprendido?”	3	4 Sesión 11: “Resolución de problemas”	5 Sesión 12: “Jugando con la geometría”	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29						

ANEXO 3: Distribución horaria Comunidad Autónoma de La Rioja y horario de clase.

Cuadro 2: Distribución horaria en la etapa de Educación Primaria.

Áreas		1º	2º	3º	4º	5º	6º
<b>Troncales:</b>							
1. Lengua Castellana y Literatura		5	5	4,5	4	4	4
2. Matemáticas		4	4	4	4	4	4
3. Primera Lengua Extranjera (Inglés)		3	3	3	3	3	3
4. Ciencias Sociales		1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2
5. Ciencias de la Naturaleza		1,5	1,5	1,5	1,5	2	1,5
<b>Específicas:</b>							
1. Educación Física		2	2	2,5	2,5	2,5	2,5
2. Religión / Valores Sociales y Cívicos		1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
3. Educación Artística	Plástica	2	2	1,5	1,5	1,5	1,5
	Música	1	1	1,5	1,5	1	1
<b>Libre configuración autonómica:</b>							
1. Comprensión Lectora y Razonamiento Matemático (*)		1	1	1	1,5	1,5	1,5
<b>Recreos</b>		2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
<b>Total</b>		25	25	25	25	25	25

Cuadro 3: Horario de la clase.

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
<b>9:00 – 10:00</b>	Lengua	Lengua	Ciencias sociales	Matemáticas	Ciencias naturales
<b>10:00 – 11:00</b>	Matemáticas	Ciencias naturales	Inglés	Ciencias sociales	Lengua
<b>11:00 – 12:00</b>	Ciencias sociales	Matemáticas	Lengua	Inglés	Matemáticas
<b>12:00 – 12:30</b>	RECREO				
<b>12:30 – 13:15</b>	Educación plástica y visual	Valores/ Religión	Música	Valores/ Religión	Inglés
<b>13:15 – 14:00</b>	Música	Educación física	Educación plástica	Educación física	Educación plástica

ANEXO 4. *Actividad Plickers*. (Elaboración propia de las preguntas).

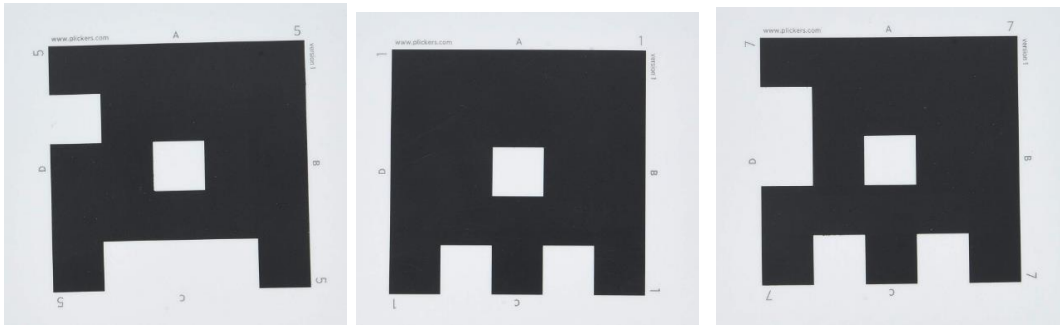


Figura 2. *Tarjetas individuales de Plickers*.

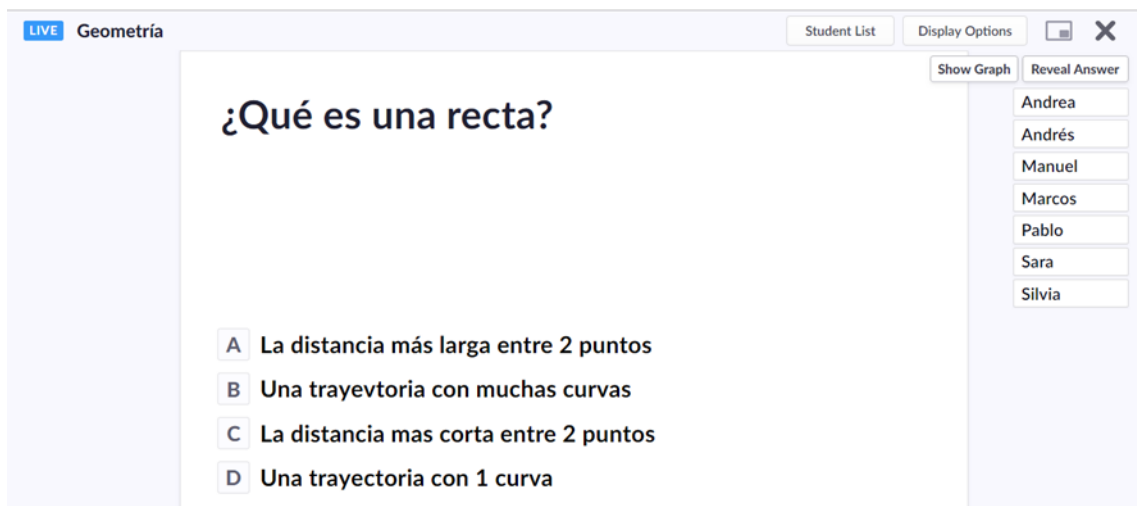


Figura 3. *Captura de pantalla del juego creado con Plickers*.

ANEXO 5. Material para la actividad de rectas.



Figura 4. *Material rectas paralelas*.



Figura 5. *Material rectas perpendiculares*.

ANEXO 6. *Rectas en la vida cotidiana.*



Figura 6. Carretera.



Figura 7. Banderas.



Figura 8. Teclas de piano.



Figura 9. Puente.



### Problema rectas

En el siguiente dibujo se muestran diferentes carreteras, diferenciadas por el nombre de la ciudad a la que se dirigen. Sabemos que la carretera de Ávila forma un ángulo de  $90^\circ$  respecto a la carretera de Cáceres, al igual que esta última con la de Valencia.

1. ¿Qué tipo de rectas forman la carretera de Ávila y la de Valencia? ¿Por qué?
2. ¿Son rectas paralelas la carretera de Cáceres y la de Valencia? ¿Por qué?
3. ¿Qué tipo de rectas forman la carretera de Ávila y la de Cáceres? ¿Por qué?
4. ¿Cuáles son las medidas de los ángulos señalados en el dibujo? Anota en el dibujo la medida de cada uno.
5. ¿La recta de Cáceres y la de Segovia son rectas perpendiculares? ¿Por qué?
6. ¿Y la de Córdoba y Bilbao? ¿Por qué?

**Nota:** Utiliza la escuadra y el cartabón para comprobar tu respuesta.

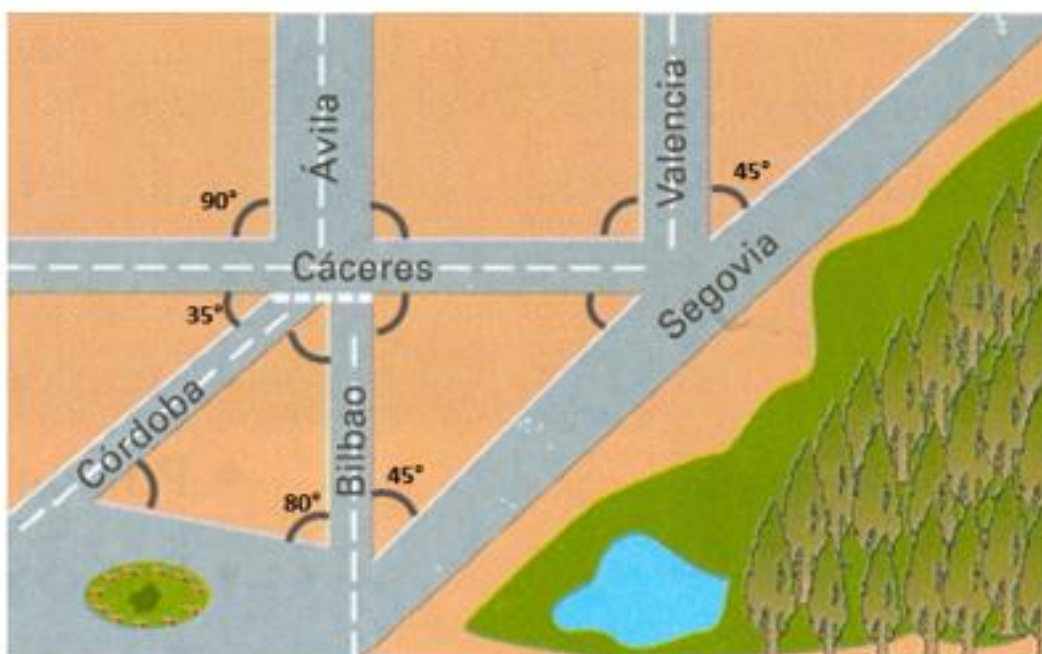


Figura 10. Problema rectas.

ANEXO 8. Material estructurado: triángulo.



Figura 11. Figuras geométricas.

ANEXO 9. *Ficha problema de triángulos.* (Elaboración propia).

**Problema triángulos**

Mario quiere saber qué hora es, como no tiene reloj decide preguntarle a su compañera María. A María le encantan los acertijos, así que le propone un juego a Mario, le va a dar una serie de pistas para que adivine él qué hora es.

Pista 1: El minutero es perpendicular a una línea imaginaria trazada desde el 3 hasta el 9.

1. ¿A qué números puede apuntar el minutero?

Pista 2: El triángulo formado es rectángulo.

2. ¿Cuáles son las posibles horas?

Pista 3: El horario (manecilla de las horas) señala al número que corresponde con el número de vértices que tiene un triángulo.

3. Dibuja en el siguiente reloj la hora correcta.
4. ¿Qué hora es?



**Nota:** Para resolverlo deberás dibujarlo en la plataforma Geogebra, con el tablero circular. Cuando hayas acabado adjunta una captura de pantalla junto con las anotaciones del problema.

Figura 12. *Problema triángulos.*



ANEXO 10. *Experimento Teorema de Pitágoras.*



Figura 13. *Teorema de Pitágoras.*

ANEXO 11. Ficha problema clasificación de triángulos. (Elaboración propia).

**Problema clasificación de triángulos**

Andrea ha comprado 5 pizzas, de 25 cm de diámetro cada una, para celebrar su cumpleaños con sus amigos. Decide cortar un triángulo rectángulo de pizza, con el ángulo de  $90^\circ$  en la parte central de la pizza.

1. Elabora con cartón una pizza con las mismas dimensiones que la de Andrea y corta un triángulo exactamente igual que el del enunciado.
2. Colorea de color rojo, en el cartón, el ángulo de  $90^\circ$  en tu porción de cartón.
3. Colorea de color amarillo el ángulo restante de la pizza.
4. ¿Qué tipo de triángulo forma la porción que ha cortado si tenemos en cuenta sus lados?
5. Traza una línea azul en los lados que midan lo mismo y una línea verde en el lado desigual.
6. ¿Cuánto medirá el ángulo restante, es decir, la pizza sin la porción que ya hemos cortado?
7. Andrea decide seguir cortando todos los trozos de igual tamaño, si la pizza tiene forma circular y hay 9 invitados más Andrea, ¿cuántos trozos se podrán comer cada uno si todos comen el mismo número?



**NOTA:** Escribe en tu pizza de cartón los resultados de cada apartado y entrégalo en clase junto con las notas que hayas elaborado para resolver el problema.

Figura 14. Problema clasificación de triángulos.

ANEXO 12. *Cuerpos geométricos.*



Figura 15. Maletín de cuerpos geométricos.

ANEXO 13. *Geoplano.*

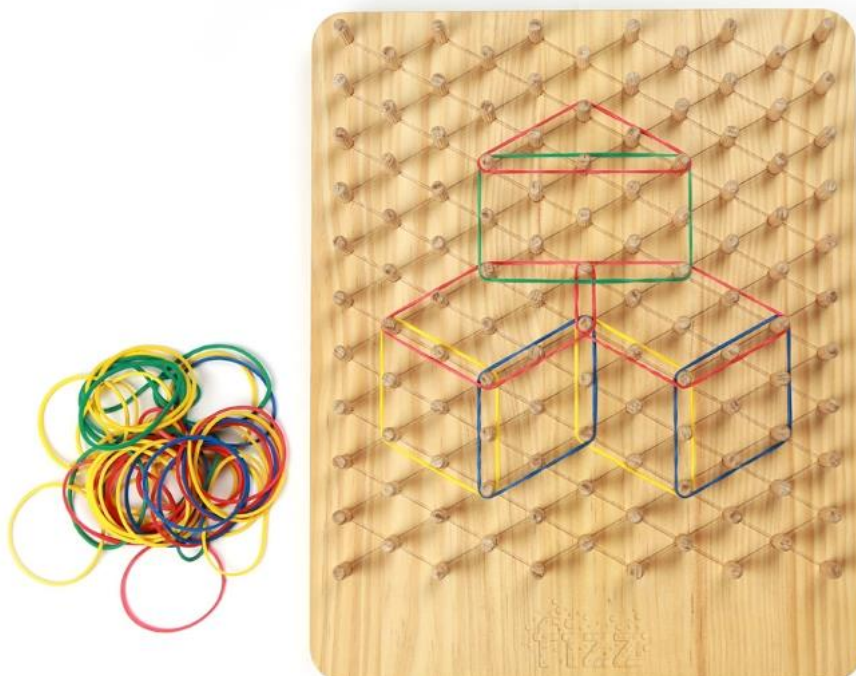


Figura 16. Tablero de Geoplano y gomas.

ANEXO 14. *Ficha problemas de figuras planas.* (Elaboración propia).

**Problema de polígonos**

Paula tiene una cometa como la de la foto. Ayer que hacía mucho viento, salió con su padre para volarla pero cuando llegó una racha de viento muy fuerte se le enganchó entre unos árboles y se rasgó la tela. Para arreglarla tiene que quitar la tela y poner otra nueva.



1. Corta un círculo de papel de 10 cm de radio y marca con un punto el centro de la circunferencia.

Con el círculo anterior, elabora los siguientes pliegues.



A continuación, pliega el punto A hasta el centro y posteriormente haz lo mismo con el punto C.

2. ¿Qué figura geométrica has obtenido?
3. Sabemos que la cometa de Paula tiene las siguientes dimensiones; la diagonal menor mide 30 cm y la diagonal mayor 60 cm. Anota estos datos en tu figura de papel.
4. ¿Cuánta superficie de tela nueva necesitará Paula para arreglar la cometa?

**NOTA:** Grapa tu cometa de papel a la hoja que has utilizado con las anotaciones para resolver el problema.

Figura 17. *Problema de polígonos.*

ANEXO 15. Tarjetas actividad “Construye”.

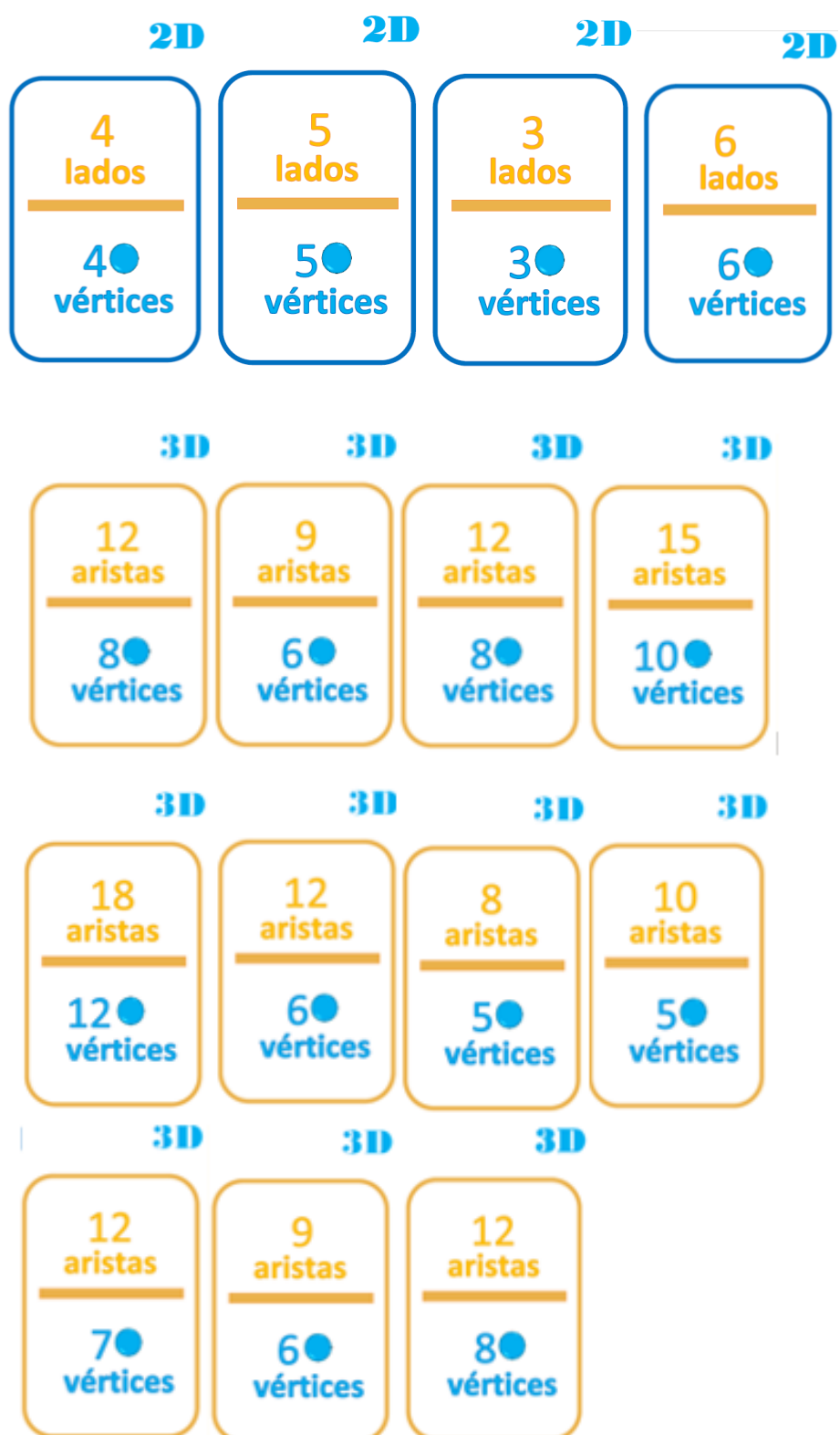


Figura 18: Tarjetas para construir polígonos.



Figura 19: Tarjetas para construir polígonos.



ANEXO 16. *Ficha segundo problema de polígonos.* (Elaboración propia).

**Problema 2 polígonos**

Después de la clase de matemáticas tenemos que recoger las siguientes figuras en el estuche geometrico. Sabemos que los círculos de color amarillo tienen un radio de 3 cm, los de color verde tienen un radio de 5 cm, los cuadrados amarillos tienen un perímetro de 20 cm, los verde tienen un perímetro de 12 cm, los rectángulos amarillos tienen un lado de 3 cm y otro de 6 cm y los de color verde tienen un lado de 5 cm y otro de 2 cm.

El estuche geometrico A tiene 3 huecos, el de los círculos tiene una superficie de  $28,30 \text{ cm}^2$ , el de los cuadrados es de  $9 \text{ cm}^2$  y el de los rectángulos  $18 \text{ cm}^2$ .

El estuche geometrico B tiene para los círculos una superficie de  $78,6 \text{ cm}^2$ , el de los cuadrados es de  $25 \text{ cm}^2$  y el de los rectángulos es de  $10 \text{ cm}^2$ .

1. ¿En qué estuche irá cada polígono?.

**NOTA:** Cuando lo resuelvas haz un dibujo con los polígonos metido sen el estuche y añade todas las medidas que conozcas.



Figura 20. *Segundo problema de polígonos.*


ANEXO 17. *Ficha problema Círculo, circunferencia y esfera.* (Elaboración propia).

**Problema círculo y circunferencia**

Pablo y Pilar han comprado esta pizza de peperoni para cenar.

1. ¿A qué figura se corresponde el borde de la pizza?
2. ¿A qué figura se corresponde la zona donde está el peperoni y el queso?

Pilar abre el armario para buscar un plato en el que quepa la pizza, los platos están ordenados, a la izquierda encontramos un plato rojo con un perímetro de 31'46 cm, en la derecha está el plato azul con 62'83 cm de perímetro y en el centro está el plato verde con un perímetro de 37'7 cm. Mientras tanto Pablo hace un corte de 8 cm desde un punto exterior del borde hasta el centro.



3. ¿Qué plato tendrán que utilizar para que no sobresalga la pizza?



**Nota:** Para comprobar el resultado necesitas un ordenador con acceso a Geogebra. Dibuja en los ejes los diferentes círculos; de color amarillo dibuja el tamaño de la pizza, y los 3 dibujos de los platos de los colores de cada uno que aparecen en el dibujo. Ajunta una captura de pantalla junto con este problema.

Figura 21. Problema círculo, circunferencia y esfera.

ANEXO 18. *Geometry Augmentity- Reality.*

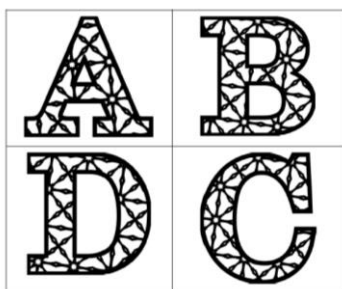


Figura 22. Tarjeta app Geometry AR.



ANEXO 19. *Tarjetas app ARGeo.*

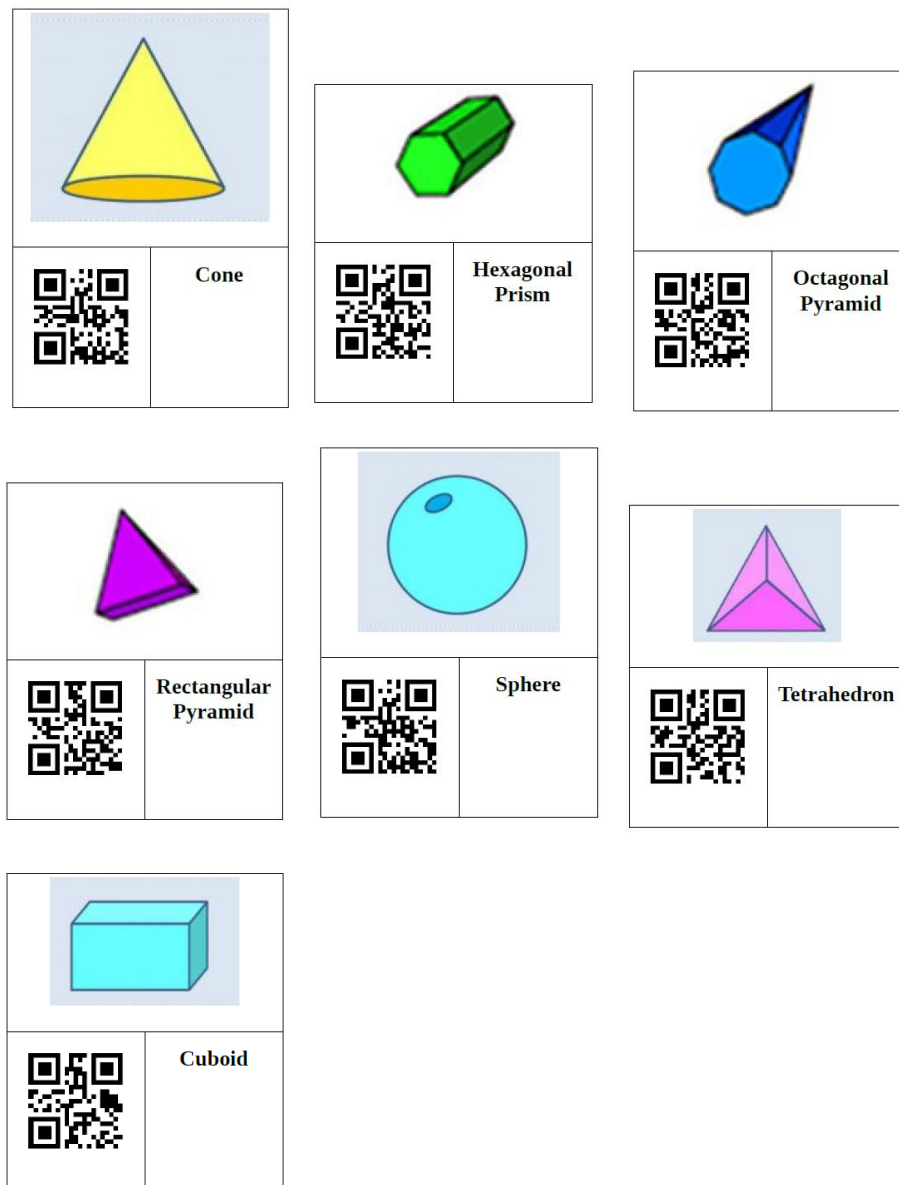


Figura 23. *Tarjetas app ARGeo.*

ANEXO 20. Tarjetas aplicación CleverBooks.

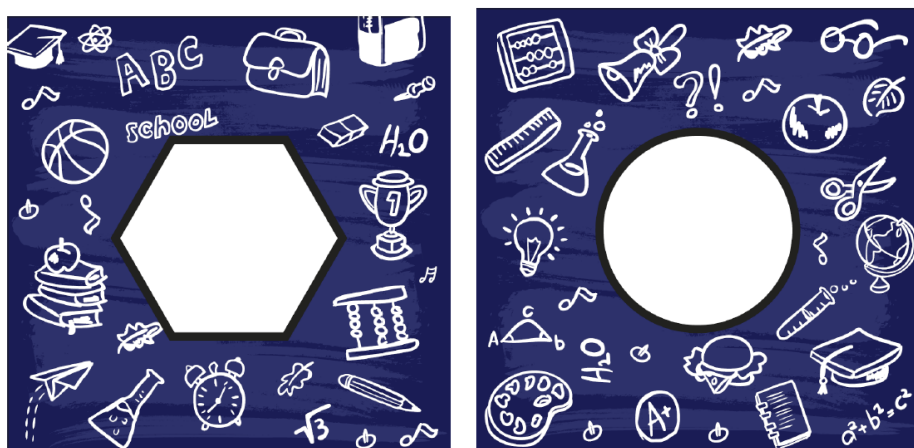


Figura 24. Tarjetas app CleverBooks.

ANEXO 21. Ficha problema de poliedros. (Elaboración propia).

**Problemas poliedros**

Rubén está mirando entre los cajones del escritorio de su hermana y encuentra un folio con la siguiente figura. Decide pintarlo de color rojo.

Sabemos que la apotema es la perpendicular trazada desde el centro de un polígono regular a cualquiera de sus lados y mide 1,5 cm.

1. ¿Cuánta superficie tendrá que pintar?

Cuando Rubén acaba de pintar la figura, se da cuenta que tiene una zona para recortar y pegar, así que decide montar la figura.

2. ¿Qué cuerpo geométrico es el que está construyendo Rubén?
3. Construye el mismo cuerpo geométrico que Rubén con una cartulina. Las medidas deberán ser las mismas que aparecen en este dibujo.

**Nota:** Cuando acabes deberás entregar la resolución del problema junto con el desarrollo del poliedro que has contruido.

Figura 25. Problema de poliedros.

ANEXO 22. *Tarjetas app Geometry-AR.*

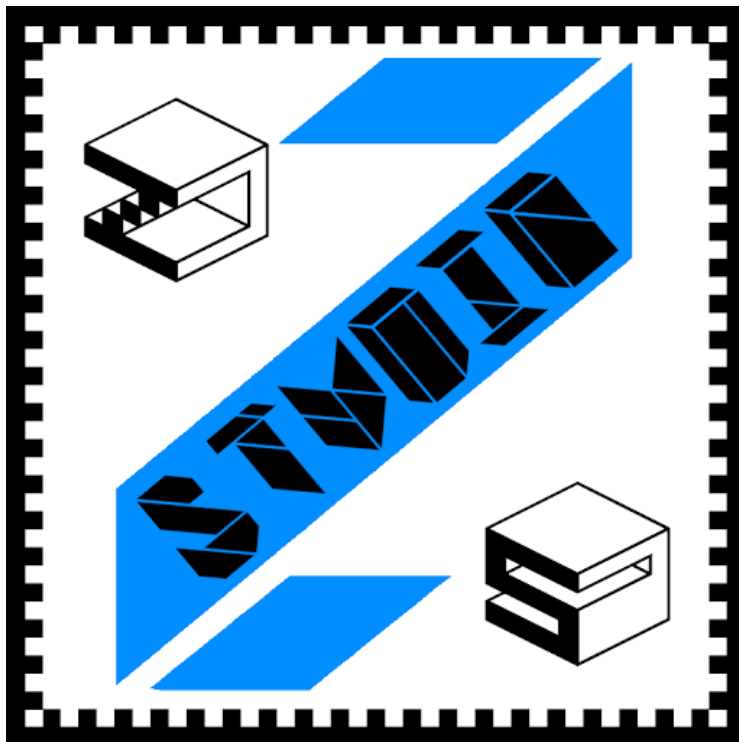


Figura 26. *Tarjeta app Geometry-AR.*

ANEXO 23. *Ficha segundo problema de poliedros.* (Elaboración propia).

**Problemas 2 poliedros**

Raquel le va a regalar a su hermano una pelota por su octavo cumpleaños. Sabe que la pelota tiene un radio de 10 cm.

1. ¿Qué tipo de cuerpo geométrico es una pelota?

Para dárselo decide meterlo en una de las cajas que tiene en su armario, pero cada una tiene una forma y tamaño distinto.



2. ¿En cuál de las 3 cajas cabrá la pelota?
3. ¿Cuánta cantidad de papel de regalo tendrá que usar para envolver la caja con el regalo dentro, de manera que no quede ninguna parte de la caja sin tapar?

**Nota:** Para resolver este problemas necesitarás la siguiente información.

Volumen de un cubo: Longitud x altura x profundidad.

Siendo estas tres medidas iguales.

Volumen de un cono:  $\frac{3,14 \times \text{Radio} \times \text{Radio} \times \text{Altura}}{3}$

Volumen de un cilindro:  $3,14 \times \text{Radio} \times \text{Radio} \times \text{Altura}$

Figura 27. *Problema poliedros.*

## ANEXO 24. Adivina qué soy.



Figura 28. Tarjetas actividad Adivina quién soy.

## ANEXO 27. FlipQuiz. (Elaboración propia).



Figura 29. Captura de pantalla del tablero de Flipquiz.

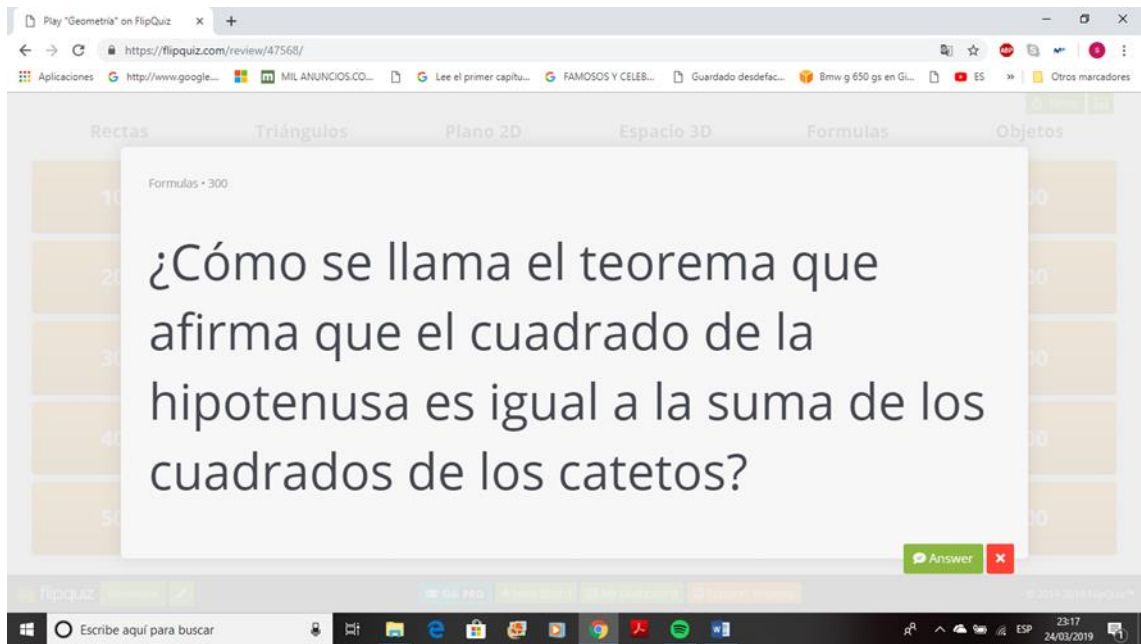


Figura 30. *Pregunta de Flipquiz.*

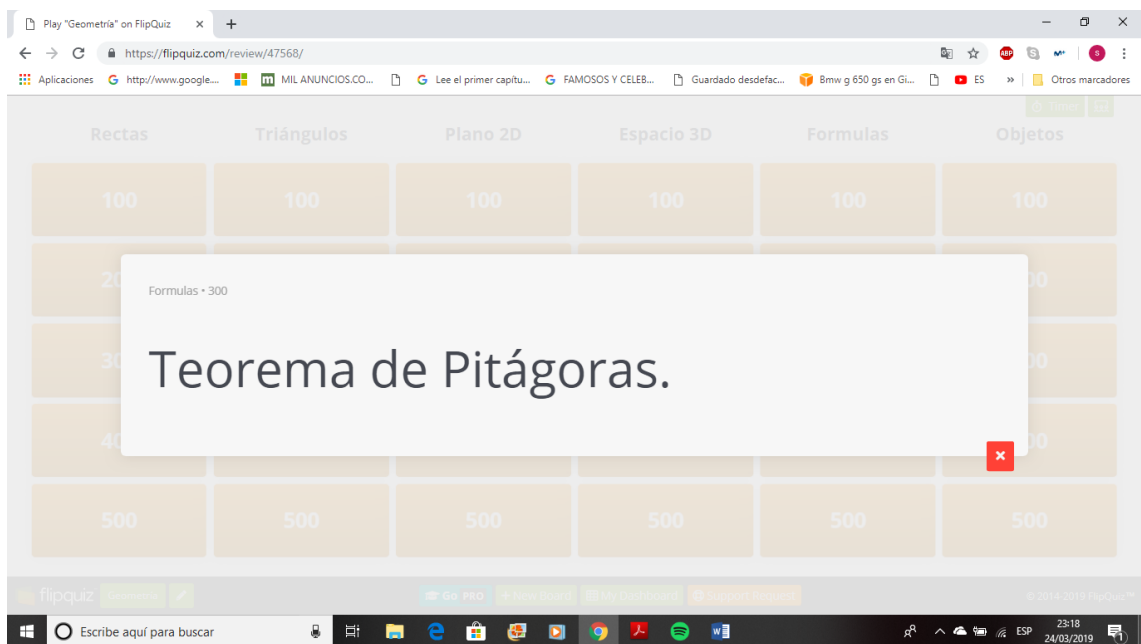
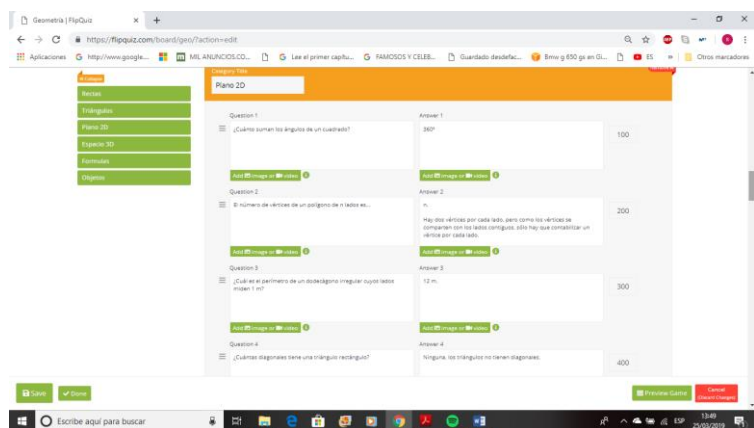
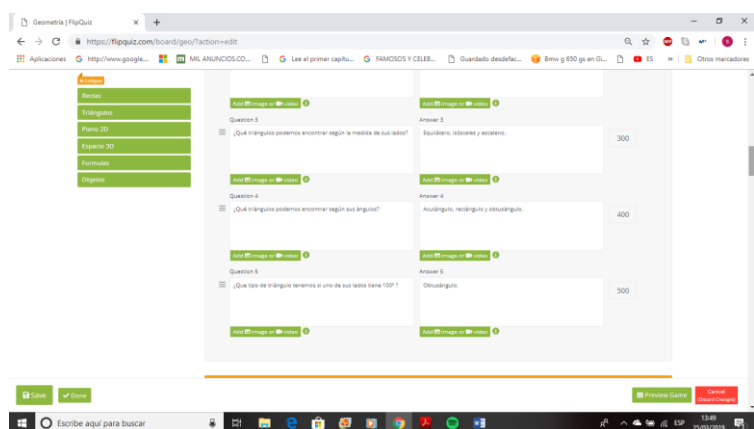
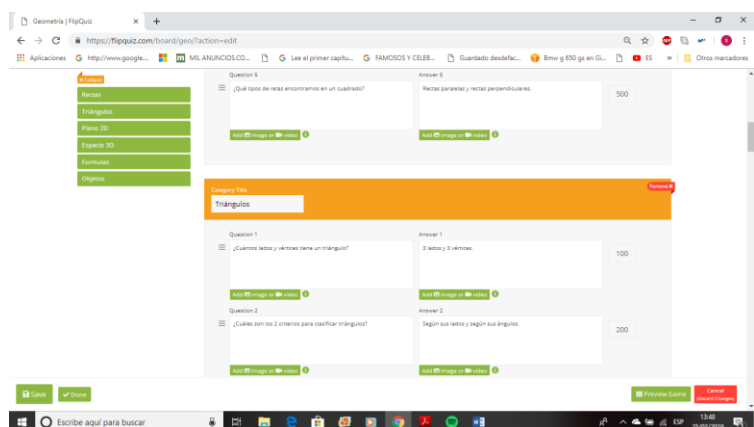
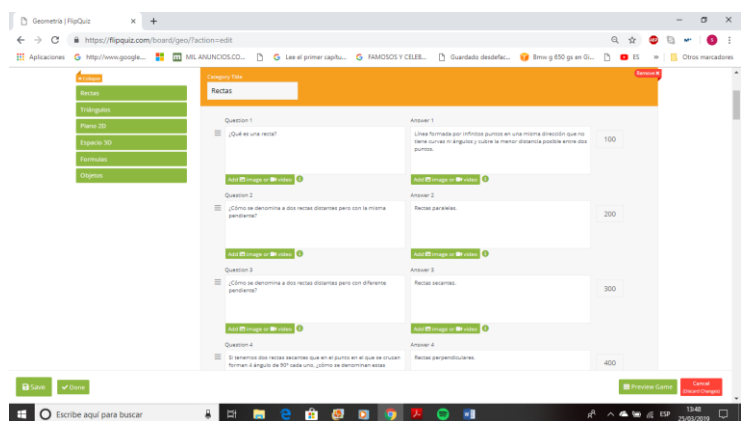
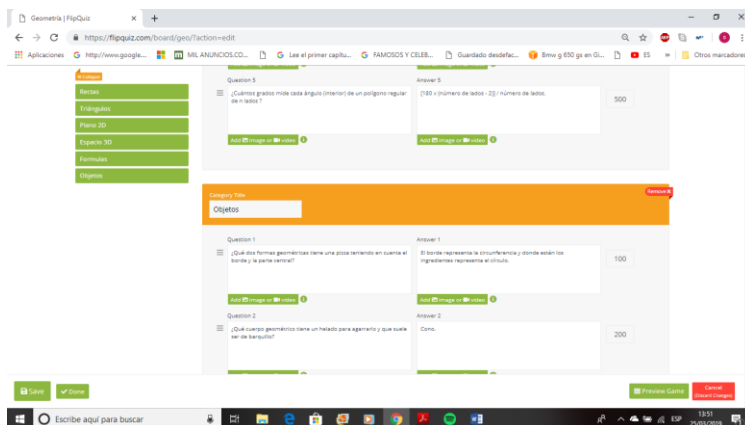
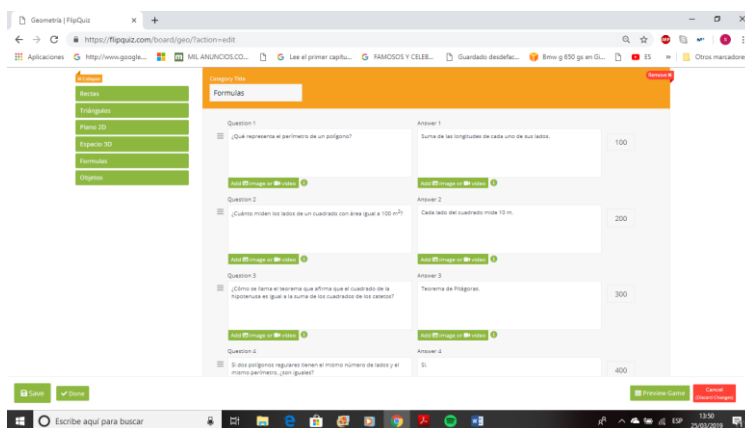
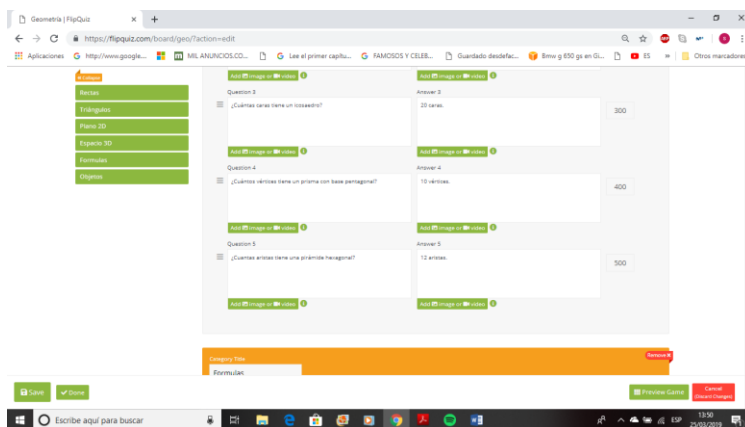
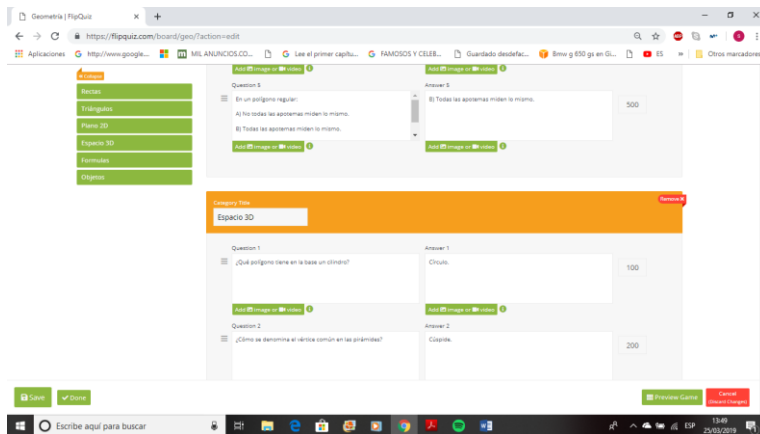


Figura 31. *Respuesta de Flipquiz.*







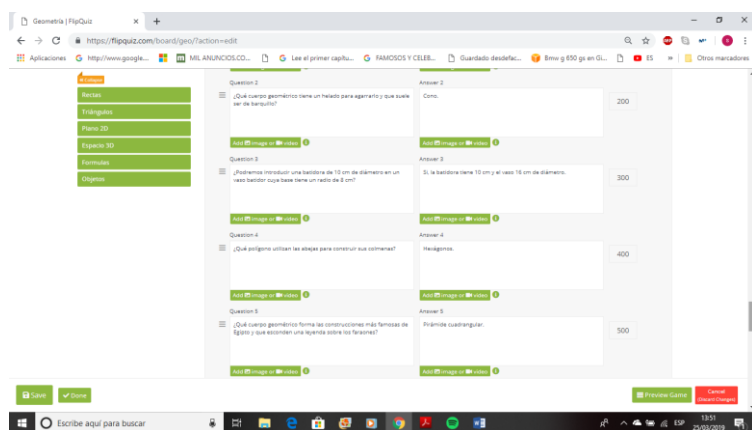


Figura 32-40. Capturas de pantalla de las preguntas de Flipquiz.

## ANEXO 26. *Escape room*. (Elaboración propia).

### **Escape room: “El robo de las Tablas de Ramsés y el Libro de las Puertas”**

**Introducción:** Nos encontramos en un Museo de antigüedades Egipcias, donde la pasada noche han robado la posesión más importante que tenían: Las Tablas de Ramsés. Éstas están hechas de mármol y en ellas, el faraón grabó el enigma que resuelve el camino a seguir en su pirámide para llegar hasta el tesoro escondido.

**Aula:** En cada aula, estará encendido el ordenador, pero no lo podrán utilizar. Además se proyectará en la pizarra digital la siguiente plataforma en la que habrá una cuenta atrás de tiempo y una zona en la que podrán dibujar y escribir lo que necesiten, al igual que la pizarra de tiza. Las puertas de los armarios, cajones, interruptores y la puerta de entrada, que no se pueden abrir estarán marcadas por una cinta roja. Además, todos los materiales utilizados en la unidad estarán distribuidos por las clases para que los utilicen si lo necesitan.

**Enigma 1:** Al entrar en el aula, van a ver un maletín cerrado, que para abrirlo requiere una combinación de 5 dígitos. Para hallar la combinación, tienen que ir al armario donde encontraran en la puerta, una máquina que suelen utilizar los trabajadores para fichar. Esta máquina tiene 5 espacios donde tendrá que meter cada una de las tarjetas identificativas, y para meterlas correctamente tienen que hacer coincidir el hueco grande de la maquina con la foto de su tarjeta. Una vez que estén todas bien colocadas, verán que hay un hueco pequeño que permite ver un número en cada tarjeta, el número que obtengan será el que habrá el maletín. Dentro del maletín encontrarán: dos fichas que pueden

utilizarlas cuando quieran para conseguir una pista por cada ficha, dándosela al profesor que se encuentra en la sala; una Tablet con las apps utilizadas en clase preinstaladas; un código QR; una linterna y un plástico circular azul.

**Enigma 2:** Para llegar a este, tienen que leer el código QR con la Tablet. Este código les llevará hasta una página de información sobre las pirámides del antiguo Egipto, lo que les guiará a pensar que necesitan algo relacionado con ese tema. Al fondo de la clase, en un armario, encontrarán un cofre cerrado con un candado y encima de éste dos piezas geométricas. El candado del cofre precisa una combinación de tres dígitos, que se obtiene al juntar correctamente las dos piezas hasta que formen una pirámide triangular perfecta. A continuación, tendrán que poner el plástico azul en la linterna y enfocar las tres caras de la pirámide que quedan visibles. Comprobarán que hay tres números, que ordenados de mayor a menor abren el candado del cofre. Dentro del cofre hay: unas tijeras y una tarjeta en la que hay una tarjeta que pone:

Cuadro 38. *Tarjeta escape room.*

Icosaedro = 12
Prisma triangular = 6
Dodecaedro = 20
Prisma pentagonal = 10
Pirámide cuadrangular = 5
Octaedro = ¿?

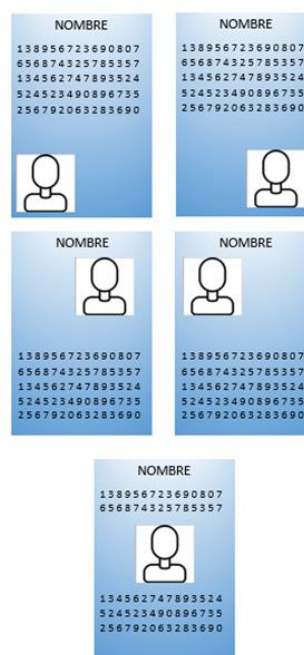


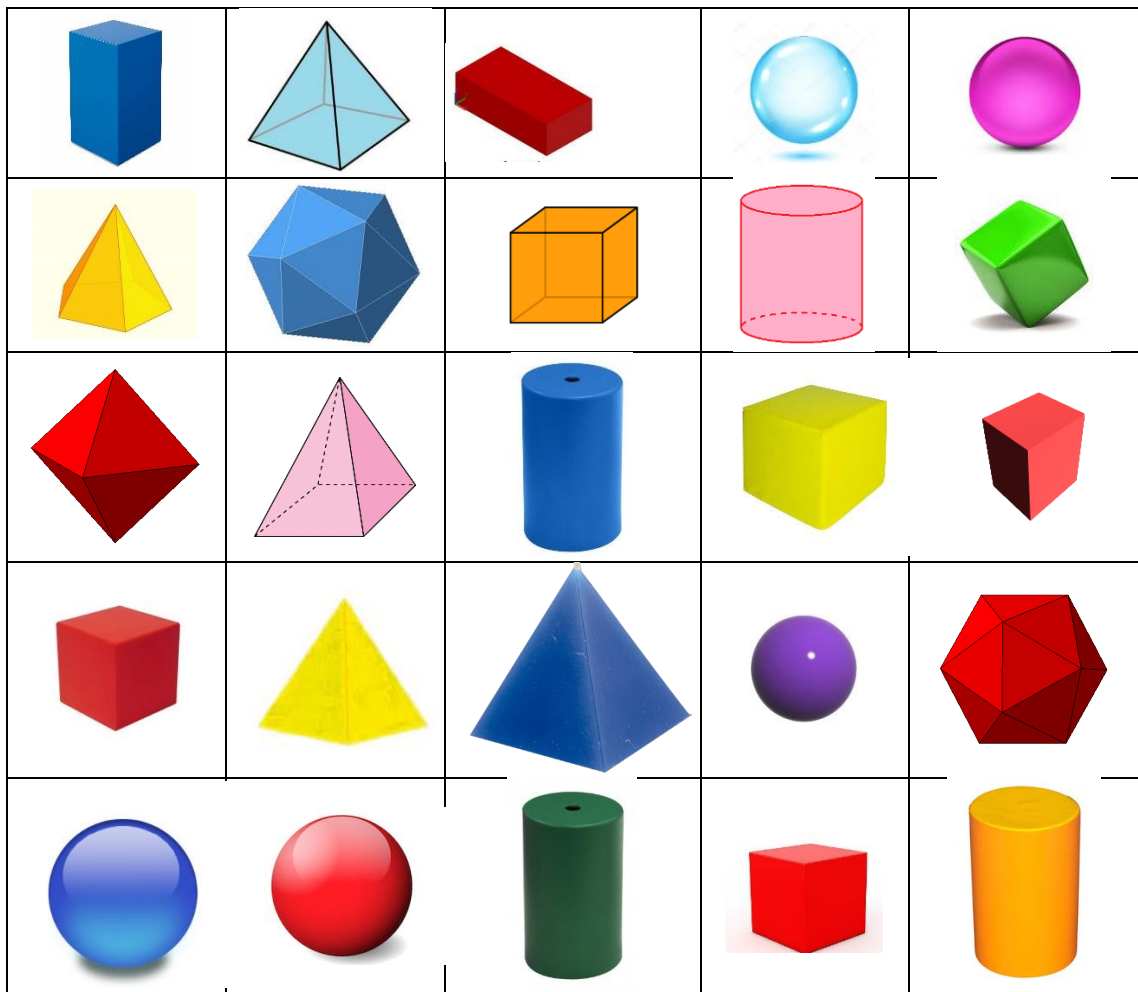
Figura 41. *Tarjetas identificativas.*

Para resolver este enigma, tienen que dirigirse al lado de la pizarra de tiza, donde hay un recuadro y dentro hay 10 pajitas de manera vertical numeradas y en el marco está la imagen necesaria para la app *Geometry-AR*, que podrán usar para comprobar que significan los datos de la tarjeta. A través de esta, tendrán que averiguar que se trata de

los vértices de cada cuerpo geométrico por lo que la respuesta es 6, lo que quiere decir que tienen que cortar la pajita número seis, solo podrán realizar un corte si no estarán eliminados. Al cortarla, encontraran un papel enrollado en su interior.

**Enigma 3:** En el papel que han encontrado en la pajita pone: prisma rojo, esfera azul, cilindro rojo, cubo verde y prisma rojo. En la pared del fondo de la clase, encontrarán el siguiente cuadro:

Cuadrado 39. Cuadro de los poliedros.



Para abrir el candado del armario que se encuentra delante de la puerta, tiene que abrir un candado direccional. Para ello tienen que seguir las indicaciones de la pista de la pajita sobre el cuadro, empezando en un prisma de color rojo y acabando en otro prisma de color rojo.

**Enigma Final:** Una vez abierto el armario, verán que está vacío y que en el fondo pone “Narnia”, para salir de allí tendrán que empujar el fondo del armario, que se encuentra sujeto por la parte de arriba y suelto por la de abajo y junto a la puerta abierta para que puedan salir. Cuando salgan de las aulas se dirigirán, siguiendo unas flechas que estarán por las paredes, suelos y techo, hasta el laboratorio del colegio, donde pondrá: “Entra a la Tumba del Faraón Ramsés”. En la puerta habrá un profesor vestido de personal de seguridad, este les confiesa que ha sido él quien las ha robado, pero que en el Libro de las Puerta ha leído que el cubo mágico otorga la inmortalidad y si se lo entregan les dirá donde ha escondido las Tablas de Ramsés. En el pomo de la puerta hay una pieza 3D pegada, tendrán que poner las piezas de cada grupo y montar el cubo mágico para que el ladrón les deje pasar a coger las Tablas.



Figura 42. *Cubo mágico.*



Figura 43. *Cubo mágico.*

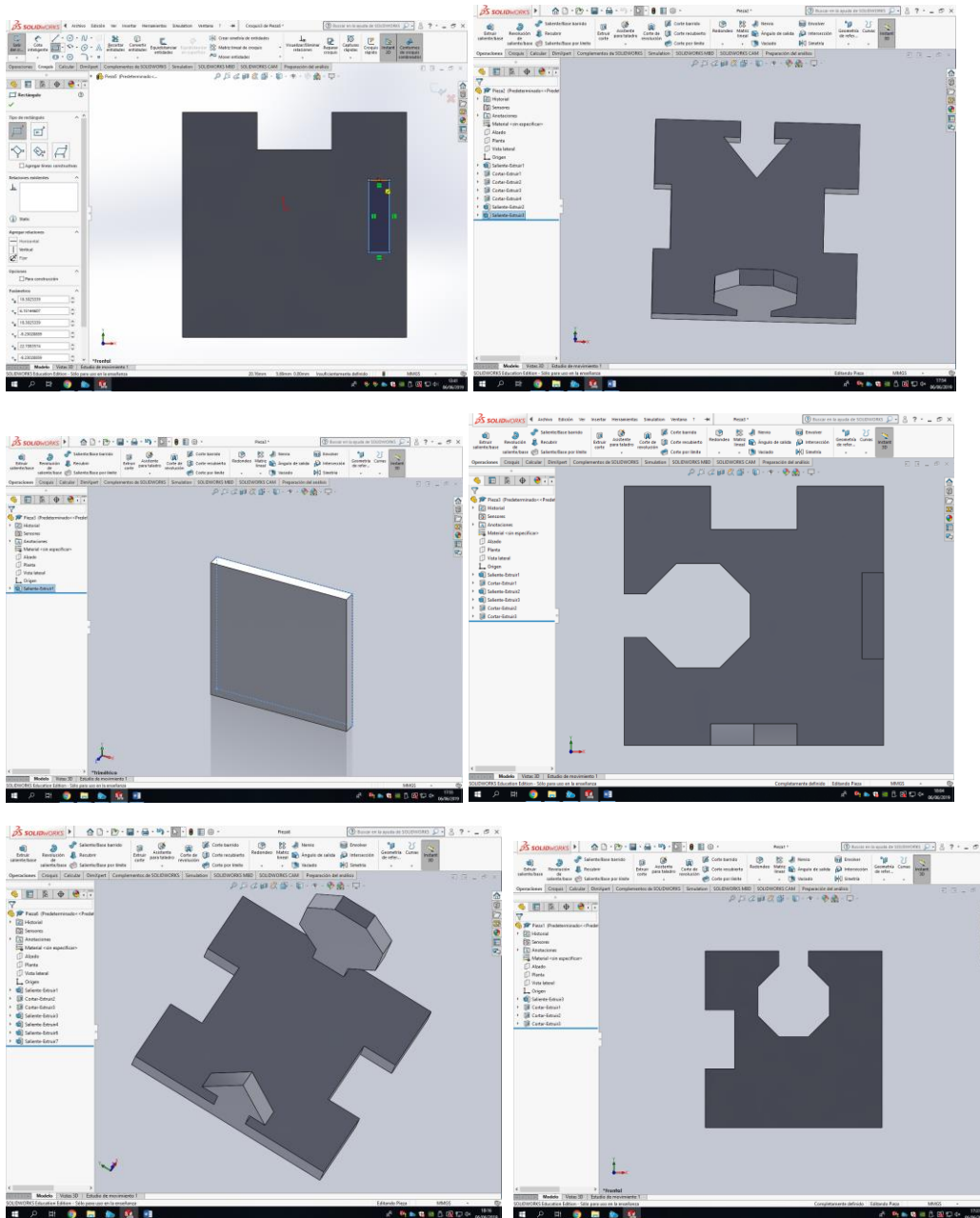


Figura 44. *Fondo de pantalla de la pantalla digital.*

## ANEXO 27. *Impresión 3D (Elaboración propia).*

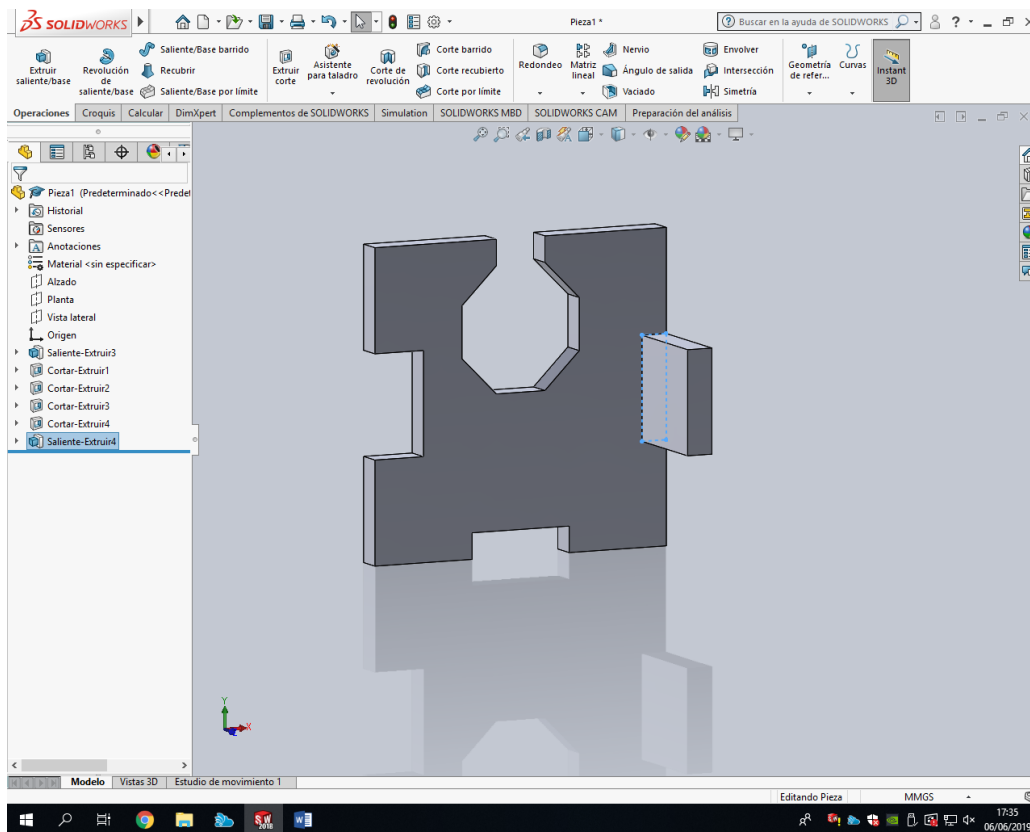


Figura 45. *Piezas impresas en 3D en la UR Maker con SolidWorks.*

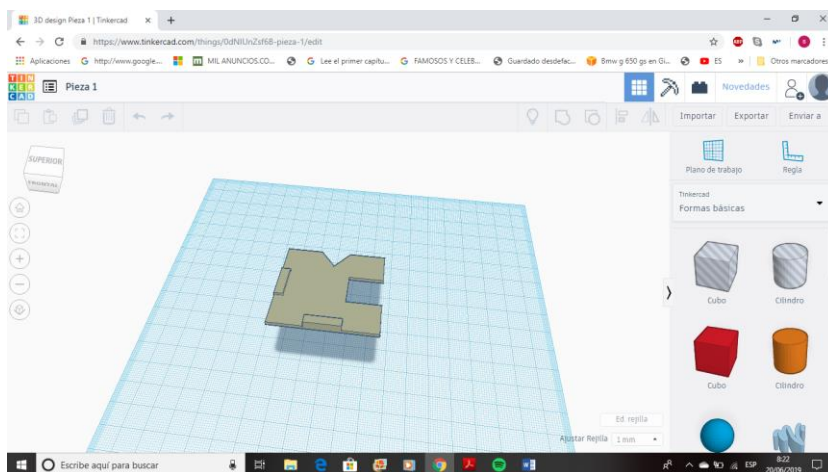


Figuras 46-51. Diseño de las piezas a través de SolidWorks.

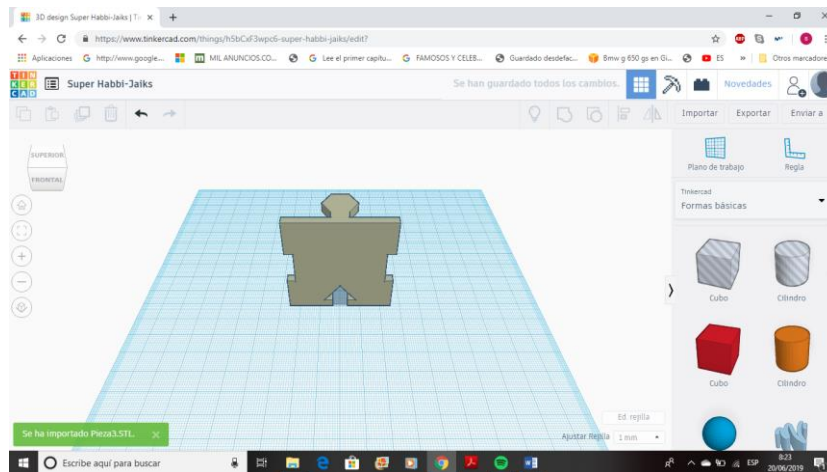




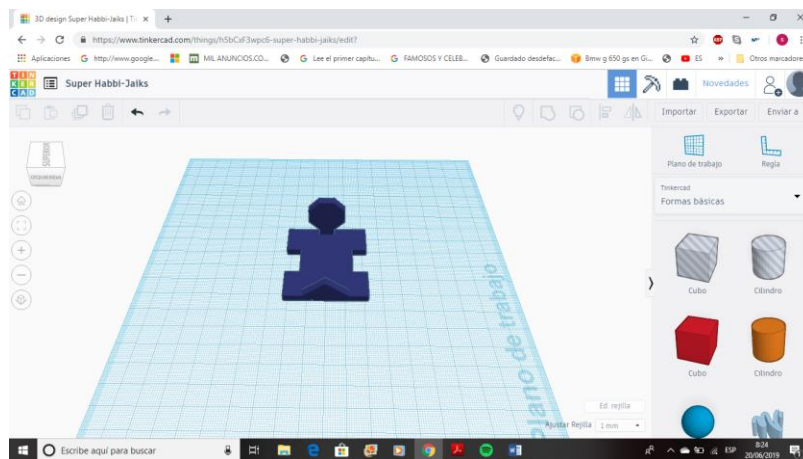
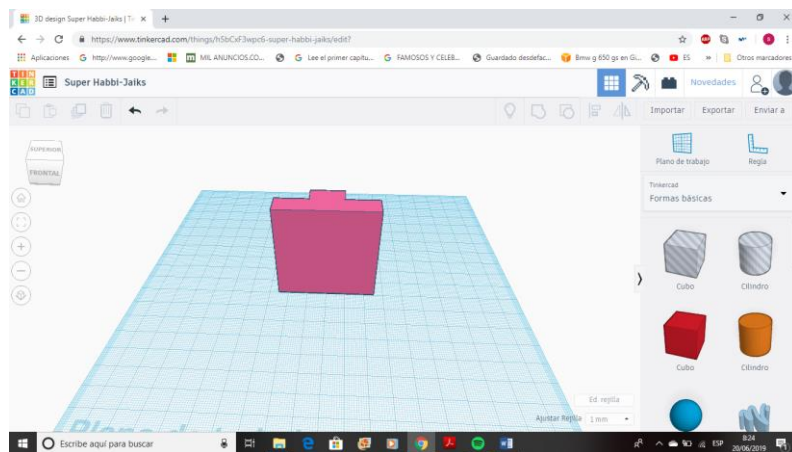
Figuras 52. *Diseño de las piezas a través de SolidWorks.*



Figuras 54. *Piezas 3D diseñadas con Tinkercad.*



Figuras 55. Piezas 3D diseñadas con Tinkercad.



Figuras 56- 57. Piezas 3D diseñadas con Tinkercad.



## ANEXO 28. Rúbrica de evaluación de los problemas.

### **Rúbrica evaluación de Problemas**

Esta rúbrica nos sirve para extraer una nota de clase dentro de la parte de resolución de problemas y corresponderá al 30% de la nota de esta unidad. La nota mínima será de 0 y la máxima de 10. Los instrumentos de evaluación utilizados son; la observación, las fichas de los problemas y el material adjuntado en cada problema por parte del alumnado.

Cuadro 40. *Rúbrica de problemas.*

CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE		
		NUNCA	A VECES	SIEMPRE
Resolución de problemas de geometría.	Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, utilizando los conocimientos geométricos trabajados, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.	(0 %) No es capaz ni de identificar la existencia del problema, por lo tanto no es capaz de resolverlo.	(1%) Identifica el problema pero tiene dificultades para resolverlo; no tiene en cuenta todos los pasos en la resolución, establece estrategias erróneas o toma malas decisiones.	(2%) Resuelve problemas geométricos que impliquen dominio de los contenidos trabajados, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento, creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.
		(0 %) No tiene en cuenta el último paso en la resolución de problemas geométricos, no reflexiona sobre el proceso que ha seguido para la resolución del problema.	(1%) Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas geométricos pero comete algunos fallos importantes; se da cuenta de los fallos pero no los soluciona.	(2%) Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas geométricos: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.
		(0 %) No utiliza la terminología propia de los contenidos	(1%) Utiliza la terminología propia de los contenidos geométricos trabajados, para comprender y	

		geométricos trabajados, para comprender y emitir información, en la resolución de problemas.	emitir información, en la resolución de problemas.	
<b>Posiciones relativas de rectas</b> (Problema de las rectas)	<b>Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, geometría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.</b>	(0 %) No identifica las posiciones relativas de las rectas.	(0,5 %) Identifica y representa posiciones relativas de rectas pero no es capaz de argumentarlo.	(1 %) Identifica y representa posiciones relativas de rectas argumentando sus ideas.
<b>Figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.</b> (Problema triángulos y problema 1 y 2 de polígonos)	<b>Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas.</b>	(0 %) No clasifica las figuras planas atendiendo al número de lados.	(0,5 %) Clasifica las figuras planas atendiendo al número de lados, pero no utiliza sus propiedades para resolver problemas.	(1 %) Clasifica las figuras planas atendiendo al número de lados y utiliza sus propiedades para resolver problemas.
<b>Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.</b> (Problema clasificación de triángulos)	<b>Conocer el triángulo como figura plana y su clasificación.</b>	(0 %) No establece ninguna clasificación de triángulos.	(0,5%) Clasifica los triángulos o por sus lados o por sus ángulos.	(1%) Clasifica triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos, identificando las relaciones entre sus lados y entre ángulos.
<b>La circunferencia y el círculo y sus elementos básicos.</b> Problema círculo y circunferencia.	<b>Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas.</b>	(0 %) No diferencia entre círculo y circunferencia.	(0,5 %) Identifica los elementos básicos de circunferencia y círculo pero no calcula el perímetro y área de la circunferencia y el círculo.	(1 %) Identifica los elementos de circunferencia y círculo y calcula el perímetro y área de la circunferencia y el círculo.

<b>Formas espaciales: elementos, relaciones y clasificación.</b> Problema 1 y 2 de poliedros	<b>Interpretar representaciones espaciales realizadas a partir de sistemas de referencia y de objetos o situaciones familiares.</b>	(0 %) No utiliza la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.	(0,5 %) Presenta dificultades en la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.	(1 %) Utiliza la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.
---	---	--	--	---

### Rúbrica de Evaluación: *Escape Room*

Esta rúbrica nos sirve para extraer una nota de clase dentro de la sesión de evaluación final. Corresponderá al 20% de la nota de esta unidad. La nota mínima será de 0 y la máxima de 10. Los instrumentos de evaluación utilizados son; la observación, las fichas de los problemas y el material adjuntado en cada problema por parte del alumnado.

Cuadro 41. Rúbrica *escape room*.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE		
	NUNCA	A VECES	SIEMPRE
<b>Resuelve las situaciones organizando los datos, trazando y ejecutando un plan y comprobando el plan.</b>	(0 %) No se organiza para trabajar, ni se para a pensar en qué hay que hacer.	(1%) Se salta algunos pasos en la resolución de las situaciones.	(2%) Resuelve las situaciones organizando los datos, trazando y ejecutando un plan y comprobando el plan.
<b>Relaciona conceptos trabajados en clase para resolver los enigmas</b>	(0 %) No relaciona los conceptos.	(1%) Relaciona solo algunos conceptos, por lo que comete errores.	(2%) Relaciona perfectamente los conceptos trabajados en clase.
<b>Emplea un vocabulario geométrico adecuado a las situaciones, que previamente hemos trabajado en clase.</b>	(0 %) No utiliza la terminología propia de los contenidos geométricos trabajados, para comprender y emitir información, en la resolución de problemas.	(1%) Utiliza la terminología propia de los contenidos geométricos trabajados, para comprender y emitir información, en la resolución de problemas.	
<b>Respeto los compañeros</b>	(0 %) No respeta a los compañeros		(1 %) Si respeta a sus compañeros.
<b>Aplica métodos previos para</b>	(0 %) No se detiene a parar para pensar si el	(0,5 %) Tiene problemas para aplicar métodos en	(1 %) Aplica métodos previos para resolver

<b>resolver algunos problemas.</b>	conocimiento previo le puede ayudar.	algunas situaciones.	algunos problemas.
<b>Comprende los conceptos geométricos trabajados en clase.</b>	(0 %) No comprende los conceptos geométricos.	(0,5 %) Si los comprende pero no sabe cómo utilizarlos.	(1 %) Comprende y aplica los conceptos trabajados para resolver situaciones.
<b>Reflexiona sobre las características de las figuras para resolver las situaciones.</b>	(0 %) No comprende las características de las figuras.	(0,5 %) Comprende las características pero tiene dificultades al aplicarlas.	(1 %) Comprende y aplica las propiedades para identificar las figuras.
<b>Respeto el material</b>	(0 %) No respeta el material, lo deteriora y no se preocupa por él.		(1%) Si respeta el material y lo utiliza adecuadamente.
<b>Participa activamente en la búsqueda de un plan.</b>	(0 %) No participa con su grupo.	(1 %) Participa activamente con su grupo para elaborar un plan para solucionar la situación.	
<b>Comprueban la solución y el proceso que han seguido.</b>	(0 %) No comprueban ni la solución ni el proceso.	(0,5 %) Solo comprueban la solución.	(1 %) Comprueban la solución y el proceso que han seguido.

## ANEXO 30. Rúbrica de evaluación de los materiales.

### Rúbrica de evaluación de materiales

Esta rúbrica nos sirve para evaluar el grado de eficacia que tienen los materiales utilizados en cada actividad. Para ello, vamos a valorarlos según la clasificación mencionada anteriormente. Gracias a esta evaluación vamos a obtener información necesaria para futuras prácticas docentes y para cambiar aquello que no sale como queremos y poder mejorarlo. Para ello valoraremos cada grupo de materiales dándole en cada apartado una nota, siendo la nota mínima de 0 y la máxima de 10. El instrumento de evaluación utilizado es la observación, comprobaremos cómo funcionan los materiales en manos de los alumnos mientras resuelven las actividades.

Cuadro 43. Rúbrica de evaluación de los materiales.

Aspecto a evaluar (Calificar del 1 al 10)	Material estructurado			Material tecnológico		
	Tangible	Gráficos	Escritos	Transmisivas	Activas	Interactivas
Facilidad de manejo						
Utilidad en la actividad						
Motivación						
Potencia el espíritu emprendedor						
Facilita la comprensión de los objetos						
Fomenta la creatividad						
Se relaciona con los contenidos a trabajar						
Observaciones						

ANEXO 31. *DAFO: Recursos.*

Cuadro 43. *Recursos Estructurados.*

<b>RECURSOS MANIPULATIVOS</b>	
<b>DEBILIDADES</b>	<b>AMENAZAS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Son Frágiles.</li> <li>• No son eternos.</li> <li>• Ocupan espacio y pesan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se deterioran con el tiempo y con el uso.</li> <li>• Dificultades para personas con discapacidades motrices manipulativas.</li> </ul>
<b>FORTALEZAS</b>	<b>OPORTUNIDADES</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Es barato.</li> <li>• Facilidad para crear geometría.</li> <li>• Material de uso cotidiano.</li> <li>• Se puede individualizar y adaptar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nos permite reciclar.</li> <li>• Lo pueden construir los alumnos.</li> </ul>

Cuadro 44. *Recursos Tecnológicos*

<b>RECURSOS TECNOLÓGICOS</b>	
<b>DEBILIDADES</b>	<b>AMENAZAS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dependemos de las apps ya creadas.</li> <li>• Las herramientas tecnológicas son caras.</li> <li>• Su uso consume electricidad, por lo que cuesta dinero.</li> <li>• No están adaptadas a nuestras necesidades de aula.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dependemos del suministro eléctrico.</li> <li>• Los soportes digitales son herramientas muy delicadas.</li> <li>• Acceso a páginas no adecuadas.</li> </ul>



FORTALEZAS	OPORTUNIDADES
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su uso es muy intuitivo.</li> <li>• Recrea conceptos geométricos para ayudarnos comprenderlos.</li> <li>• Son materiales eternos.</li> <li>• No ocupan espacio material ni materia.</li> <li>• Se almacenan en la nube o en un dispositivo de almacenamiento.</li> <li>• Gran cantidad de información inmediata.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Existen muchos programas que subvencionan aparatos digitales: ordenadores, tablets, etc.</li> </ul>